



**Nuno Miguel Rosa
Pereira Mirante**

**Análise e melhoria de sistemas de arrefecimento
de lâmpadas de LED**



**Nuno Miguel Rosa
Pereira Mirante**

**Análise e melhoria de sistemas de arrefecimento
de lâmpadas de LED**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob orientação científica de Vítor António Ferreira da Costa, Professor Associado c/ Agregação do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro.

O júri / The jury

Presidente / President

Prof. Doutora Mónica Sandra Abrantes de Oliveira Correia

Professora Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro

Vogais / Committee

Prof. Doutor António Manuel Gameiro Lopes

Professor Auxiliar do Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra (arguente)

Prof. Doutor Vítor António Ferreira da Costa

Professor Associado c/ Agregação do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro (orientador)

Agradecimentos / Acknowledgements

Em primeiro lugar quero agradecer ao Professor Doutor Vítor Costa, que sempre mostrou toda a disponibilidade e interesse em me orientar ao longo destes meses. Obrigado!

Quero agradecer aos meus amigos, pelos momentos inesquecíveis que me proporcionaram e por todo o apoio prestado no meu percurso académico.

Um agradecimento em especial à minha namorada Erica, que esteve sempre do meu lado e foi o meu porto de abrigo.

Finalmente, quero agradecer à minha família, por tudo! Ao meu irmão pelos conselhos e amizade. Ao meu pai pela educação que me fez o Homem que sou hoje. E mais que tudo à minha mãe, pelo amor e dedicação, e por ser a melhor mãe do mundo.

Palavras-chave

LED; sistema alhetado; modelo termodinâmico; transferência de calor; melhoria de performance térmica.

Resumo

Neste trabalho foi desenvolvido um modelo para avaliação da transferência de calor num sistema alhetado em convecção natural, usado na dissipação do calor gerado em módulos de lâmpadas LED. Um dos objetivos é encontrar a melhor configuração entre as variáveis que definem a geometria do sistema alhetado, para obter o arrefecimento pretendido com o menor custo e massa de material envolvida possível. Foi criado num software universal (folha de cálculo comum) um programa que permite avaliar o comportamento térmico do sistema alhetado de dissipação de calor, associado ao respetivo módulo LED. Ao examinar um sistema alhetado para arrefecimento do módulo Philips Fortimo LED de 3000 lúmen, conclui-se que o número de alhetas presentes no sistema não deve ultrapassar um determinado valor, pois não introduz melhorias relevantes na transferência de calor, e ainda que o comprimento do sistema alhetado deve ser aproximadamente o dobro da sua largura de modo a requerer a menor massa de material.

Keywords

LED; heat sink; thermodynamic model; heat transfer; improved thermal performance.

Abstract

In this work, it was developed a model that evaluates the heat transfer processes that occur in a heat sink at natural convection, used to dissipate the heat generated by LED lamp modules. One goal is to find the best setting between variables that define the geometry of the heat sink, to obtain the desired cooling with the lowest material mass and cost possible. It was created in a universal software (common spreadsheet) a program that allows to evaluate the thermal behavior of the heat sink associated with the respective LED module. By examining a heat sink used for cooling the LED module Philips Fortimo of 3000 lumen, it is concluded that the number of fin extensions in the heat sink should not exceed a specific value, because always using more fins does not mean an improvement on the overall heat transfer, and also that the heat sink length should be approximately twice it's width so it requires the least material mass.

Conteúdo

Lista de Figuras	v
Lista de Tabelas	vii
Lista de Símbolos	ix
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento	1
1.2 Motivação e objetivos	2
2 Estado da arte	5
2.1 Introdução	5
2.2 Iluminação LED como solução imediata	7
2.3 Meios de dissipação de calor nas luminárias LED	8
2.4 Sistemas alhetados em convecção natural	11
3 Análise térmica	13
3.1 Introdução	13
3.2 Componentes submetidos a análise térmica	13
3.2.1 Características do <i>TIM</i>	15
3.2.2 Análise e configuração do sistema alhetado	16
3.2.3 Características do ar	19
3.3 Princípios do modelo	20
3.4 Transferência de calor por condução	23
3.4.1 Áreas de transferência de calor por condução	23
3.5 Transferência de calor por convecção	26
3.5.1 Áreas de transferência de calor por convecção	27
3.5.2 Cálculo dos coeficientes de transferência de calor por convecção	27

3.5.3	Cálculo dos caudais mássicos	29
3.6	Transferência de calor por radiação	31
3.6.1	Cálculo dos fatores de forma	32
3.6.2	Cálculo da radiosidade	37
3.7	Conservação da energia no ar interior	39
3.8	Modelação do processo global de transferência de calor	40
3.8.1	Transferência de calor na base do módulo LED	40
3.8.2	Expressões finais do balanço energético para os vários elementos . .	43
3.8.3	Método de relaxação e processo iterativo	46
4	Análise e melhoria de resultados	49
4.1	Introdução	49
4.2	Apresentação de resultados	49
4.3	Análise da influência das características dimensionais do sistema alhetado .	53
4.4	Validação do modelo	62
5	Programação de ficheiro interativo	65
5.1	Introdução	65
5.2	Programação e códigos em <i>VBA</i>	65
6	Considerações finais	71
6.1	Conclusões	71
6.2	Trabalhos Futuros	72
	Referências	75
A	Expressões dos fatores de forma	79
A.1	Fatores de forma para placas paralelas	79
A.2	Fatores de forma para placas perpendiculares	81
A.2.1	Fatores de forma da base	83
B	Expressões da radiosidade	87
C	Expressões globais de transferência de calor	91
C.1	Expressões globais para elementos no alumínio	91

C.2	Expressões globais para elementos no ar	
	93

Lista de Figuras

2.1	Primeiro LED comercializado [8].	6
2.2	Evolução da eficiência das lâmpadas LED [17].	6
2.3	Módulo de última geração “Fortimo LED DLM Gen 4” da PHILIPS [12]. .	8
2.4	Montagem típica de um pacote LED de alta potência [15].	9
2.5	Esquema do sistema de arrefecimento por micro-jato [23].	10
2.6	Esquema do funcionamento da “heat pipe technology” [14].	11
2.7	Representação tridimensional do sistema alhetado estudado.	12
3.1	Modelo demonstrativo do percurso térmico [12].	14
3.2	Representação das características dimensionais que definem o sistema alhetado, excluindo N_a	16
3.3	Setor do sistema alhetado estudado no modelo.	17
3.4	Vista a duas dimensões da malha aplicada e respetiva numeração.	18
3.5	Fluxograma do modelo.	22
3.6	Áreas de transferência de calor por condução dos elementos no alumínio. .	24
3.7	Áreas <i>horizontais</i> de transferência de calor por condução dos elementos no ar.	25
3.8	Áreas <i>verticais</i> de transferência de calor por condução dos elementos no ar. .	26
3.9	Áreas para as superfícies dos elementos em contacto com o ar interior. . . .	27
3.10	Frações de caudal que passam para cada elemento.	31
3.11	Aproximação introduzida à disposição real entre duas extensões de alheta para cálculo dos fatores de forma.	33
3.12	Fatores de forma entre retângulos, (a) superfícies em planos perpendiculares, (b) superfícies em planos paralelos [26].	34
3.13	Transferência de calor no elemento número cinco.	44
3.14	Transferência de calor no elemento número quatro do ar interior.	45

4.1	Temperatura dos elementos correspondentes aos parâmetros de entrada da Tabela 4.1.	51
4.2	Variação da temperatura de funcionamento do módulo LED em função do somatório do comprimento com a largura do sistema alhetado.	55
4.3	Variação da massa total do sistema alhetado em função do somatório do comprimento com a largura do sistema alhetado.	55
4.4	Variação da temperatura de funcionamento do módulo LED em função do raio do cilindro central do sistema alhetado.	56
4.5	Variação da massa total do sistema alhetado em função do raio do cilindro central.	57
4.6	Variação da temperatura de funcionamento do módulo LED em função do número de extensões de alheta do sistema alhetado.	58
4.7	Variação da massa total do sistema alhetado em função do número de extensões de alheta.	58
4.8	Variação da temperatura de funcionamento do módulo LED em função da espessura das extensões de alheta do sistema alhetado.	59
4.9	Variação da massa total do sistema alhetado em função da espessura das extensões de alheta do sistema alhetado.	60
4.10	Módulo LED da PHILIPS e respetivo sistema alhetado com características dimensionais presentes na Tabela 4.6.	61
5.1	Fragmento da folha referente aos cálculos do coeficientes de transferência de calor por convecção.	66
5.2	Código <i>VBA</i> que instala o "Add-In Solver" e faz o seu "auto-open" [11].	67
5.3	Código <i>VBA</i> de início da rotina.	68
5.4	Código <i>VBA</i> que permite a iteração de valores e resolve as equações finais de conservação de energia do modelo.	69
5.5	Folha "Painel" onde se inserem os valores dos parâmetros de entrada.	70

Lista de Tabelas

3.1	Propriedades relevantes dos módulos LED.	14
3.2	Características do <i>TIM</i> selecionado [7].	15
3.3	Dimensões características do sistema alhetado.	16
3.4	Propriedades do alumínio.	18
3.5	Propriedades do ar [22].	19
4.1	Parâmetros de entrada para um exemplo dos testes realizados.	50
4.2	Exemplo de resultados para o módulo LED da PHILIPS de 1100 lúmen com T_{amb} de $40^{\circ}C$	52
4.3	Exemplo de resultados para o módulo LED da PHILIPS de 2000 lúmen com T_{amb} de $35^{\circ}C$	52
4.4	Exemplo de resultados para o módulo LED da PHILIPS de 3000 lúmen com T_{amb} de $30^{\circ}C$	53
4.5	Parâmetros de entrada que se usaram para estudar o efeito de cada uma das variáveis de entrada do sistema alhetado nos parâmetros de saída. . . .	54
4.6	Exemplo de um bom sistema alhetado para usar com o módulo LED da PHILIPS de 3000 lúmen.	61

Lista de Símbolos

A	Área, m^2
C_p	Calor específico a pressão constante, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
D	Diâmetro, m
d	Distância, m
d_z	Distância entre duas alhetas paralelas, m
E	Poder emissivo, W/m^2
\dot{E}	Energia térmica mais mecânica, J
F	Fator de forma
g	Aceleração da gravidade, m/s^2
H	Largura do sistema alhetado, m
h	Coeficiente de transferência de calor por convecção, $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$; entalpia específica, W
J	Radiosidade, W/m^2
k	Condutividade térmica, $\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$
L	Comprimento do sistema alhetado, m
m_{total}	Massa do sistema alhetado, kg
\dot{m}	Caudal mássico, kg/s
N	Números de superfícies num espaço confinado
N_a	Número de alhetas
P	Potência térmica máxima, W
P''	Potência térmica por metro quadrado (fluxo térmico), W/m^2
Pr	Número de Prandtl
q	Taxa de transferência de calor, W
R	Raio, m
Ra	Número de Rayleigh
Re	Número de Reynolds

T	Temperatura, °C ou K
v	Velocidade do fluido, m/s
\dot{W}	Taxa de trabalho realizado, W
x	Metade do comprimento de um elemento, m
y	Metade da largura de um elemento, m

Acrónimos e Siglas

<i>CFD</i>	‘Computational Fluid Dynamics’
<i>LED</i>	‘Light-Emitting Diode’
<i>MO</i>	‘Microsoft Office’
<i>PME</i>	Pequenas e médias empresas
<i>TIM</i>	‘Thermal Interface Material’
<i>VBA</i>	‘Visual Basic for Applications’

Letras Gregas

α	Difusividade térmica, m ² /s; fator de relaxação
β	Coefficiente de expansão volumétrica, K ⁻¹
δ	Espessura, m
ε	Emissividade
ν	Viscosidade cinemática, m ² /s
ρ	Massa volúmica, kg/m ³
σ	Constante de Stefan-Boltzmann, W/(m ² · K ⁴)

Subscritos

<i>acu</i>	Acumulada
<i>Al</i>	Alumínio
<i>alh</i>	Alheta
<i>amb</i>	Ar ambiente
<i>ar</i>	Ar interior (entre alhetas)
<i>c</i>	Limite crítico
<i>cc</i>	Cilindro central do sistema alhetado
<i>cn</i>	Corpo negro

<i>cond</i>	Condução
<i>conv</i>	Convecção
<i>diss</i>	Dissipado
<i>ent</i>	Condição de entrada
<i>g</i>	Gerada
<i>hor</i>	Horizontal
<i>i</i>	Condição inicial
<i>int</i>	Interior
<i>l</i>	Lateral dos elementos
<i>max</i>	Máximo
<i>min</i>	Mínimo
<i>rad</i>	Radiação
<i>s</i>	Superfície
<i>sai</i>	Condição de saída
<i>transf</i>	Transferido
<i>vert</i>	Vertical
<i>viz</i>	Vizinhança

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento

Esta dissertação enquadra-se na necessidade que surge em potenciar as capacidades das lâmpadas LED para aplicações em iluminação de estado sólido, tendo em conta certos benefícios que estas apresentam em comparação com as mais usadas atualmente, que são as lâmpadas incandescentes e fluorescentes [3].

No entanto, para tirar partido destes benefícios, os LED são aglomerados em conjunto em módulos, pois individualmente têm uma luminosidade fraca. Estes módulos LED são hoje em dia considerados de alta potência e, por isso, necessitam de uma densidade de corrente superior, que vai originar uma temperatura elevada na chamada zona de junção (ligação dos semicondutores).

O módulo não pode operar acima da sua temperatura de junção especificada pelo fabricante, pois se assim não for há uma depreciação elevada do fluxo luminoso e do tempo de vida dos LED [23]. Para a temperatura de junção não ser ultrapassada deve-se usar sistemas de arrefecimento, quer sejam ativos ou passivos, acoplados ao módulo de lâmpadas LED, promovendo o seu arrefecimento.

Entre os vários métodos de dissipação de calor usados e testados atualmente pela comunidade científica na iluminação de estado sólido LED, encontram-se os sistemas alhetados, que funcionam em convecção natural e representam uma boa solução a um preço acessível. Têm como maiores vantagens não necessitarem de energia para o seu funcionamento, e não gerarem nem ruído nem vibração.

Com a crescente procura de sistemas de iluminação por LED, e o consequente nascimento/investimento de PME para suplantarem esses pedidos, foi proposto o estudo térmico

de um sistema alhetado que proporcione o devido arrefecimento a diferentes módulos LED de alta potência, procurando garantir o arrefecimento pretendido usando a menor massa de material (alumínio) necessária para o efeito.

1.2 Motivação e objetivos

A iluminação artificial é uma necessidade dos chamados países desenvolvidos, e também de grande parte da população mundial. Tendo em conta que os edifícios representam 32% do consumo de energia total produzida, e que grande parte dessa energia é usada na iluminação, pode-se ter uma ideia do impacto na melhoria a nível de consumo energético à escala global que a implementação de sistemas de iluminação de lâmpadas LED pode trazer [6]. No sentido de tornar as lâmpadas LED mais eficazes, e passíveis de substituir as lâmpadas usadas atualmente em vários tipos de função, a comunidade científica e a indústria de iluminação têm-se debruçado sobre a necessidade de dissipar o calor produzido por este tipo de sistemas de iluminação. Por estes motivos, poder estudar este tema adaptado à realidade da indústria de iluminação Portuguesa é uma componente motivacional acrescida.

Para esta dissertação não se levam em conta todos os parâmetros envolvidos no desenvolvimento de módulos de lâmpadas LED, pois trata-se de procurar dar resposta a um problema puramente térmico de dissipação de calor. Para a sua realização, traçaram-se os seguintes objetivos:

- A realização de um modelo que represente as trocas térmicas envolvidas nos sistemas alhetados de dissipação de calor de módulos de lâmpadas LED;
- A escolha da melhor conjugação entre variáveis que definem a geometria do sistema alhetado, de modo a que a temperatura de funcionamento do módulo LED não ultrapasse a sua temperatura crítica, e que o sistema alhetado tenha a menor massa possível;
- O desenvolvimento de um programa de cálculo num software de utilização geral e comum, que permita a interação do utilizador, de modo a este poder criar um sistema alhetado de acordo com as suas necessidades.

Este último aspeto é especialmente relevante, pois assim não é necessário o recurso a software de CFD, caro, com custos de manutenção elevados, e que requerem formação

específica avançada para a sua correta utilização. O objetivo é poder ser usado software de uso comum em PME para o estudo térmico dos sistemas de arrefecimento dos módulos de lâmpadas LED.

Capítulo 2

Estado da arte

2.1 Introdução

A sigla LED ganhou substancial relevância nos últimos anos, mas o díodo emissor de luz foi inventado há mais de cinco décadas. O capitão Henry Joseph Round foi o primeiro a observar o fenómeno de eletroluminescência, em 1907; no entanto, a luz emitida era demasiado fraca e a descoberta foi posta de parte.

Nos anos cinquenta, com o desenvolvimento do transístor, a física dos semicondutores evoluiu de modo a poder ser explicada a sua emissão de luz. Assim, cerca de dez anos depois, Nick Holonyak Jr. desenvolveu o primeiro díodo de emissão de luz de cor vermelha, usando fosfito de arsenieto de gálio (GaAsP) (Figura 2.1). Os LED nos seus primórdios serviam como indicadores, para uns anos mais tarde virem a ser utilizados em produtos como calculadoras, relógios digitais e equipamentos de teste [16].

Com a introdução de novos materiais semicondutores, começou-se a produzir lâmpadas LED que tinham cores de luz e eficiências diferentes. Foi já nos anos noventa que o japonês Shuji Nakamura conseguiu desenvolver um LED azul que emitia uma luz suficientemente brilhante, o que lhe permitiu nos anos seguintes criar o tão desejado LED de luz branca (formada pela combinação das três cores primárias: - vermelho, verde e azul). Mais que luz, com a iluminação LED podem criar-se ambientes de luz, o que alarga enormemente as suas potencialidades [10].

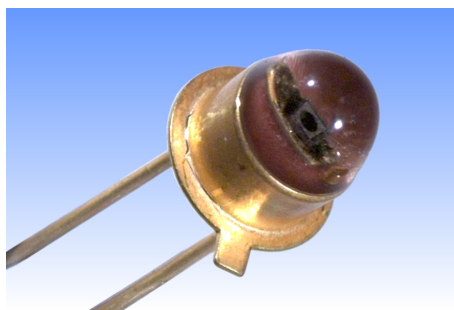


Figura 2.1: Primeiro LED comercializado [8].

Hoje em dia o desenvolvimento de lâmpadas LED ocorre de forma tão acelerada que se estima que de dezoito em dezoito meses duplicam a sua emissão de luz. Na Figura 2.2 pode-se ter uma ideia da evolução dos LED desde os anos setenta até à atualidade. Na vanguarda da tecnologia LED para uso em iluminação de estado sólido encontram-se os chamados OLED (onde o semicondutor é um composto orgânico), e o uso de materiais em silicone, o que permite que se abram novos horizontes para os investigadores, para a indústria, e para os utilizadores [20, 32].

Com o desenvolvimento desenfreado das lâmpadas LED e aumento da sua potência, os sistemas de dissipação de calor têm de passar a satisfazer as novas necessidades. Assim, os sistemas mais simples de dissipação de calor, como alhetas em convecção natural, são otimizados, e são desenvolvidas novas formas de transferir calor especificamente para suplantarem as necessidades de uma indústria em forte expansão [25].

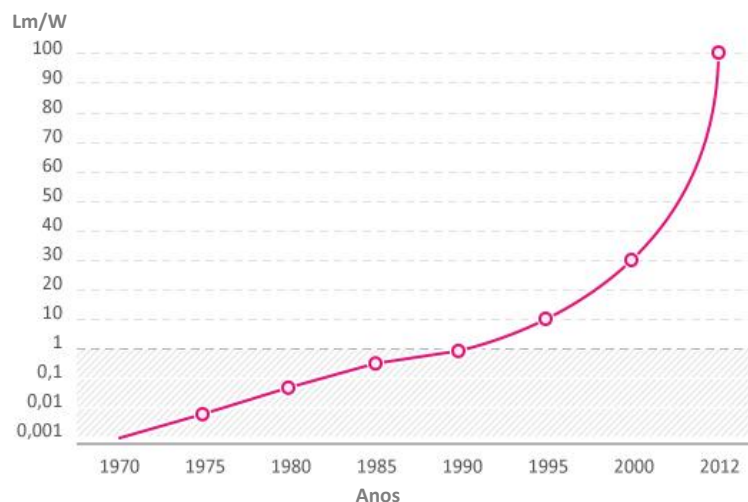


Figura 2.2: Evolução da eficiência das lâmpadas LED [17].

2.2 Iluminação LED como solução imediata

A iluminação por lâmpadas LED apresenta inúmeras vantagens em relação às outras fontes de luz mais convencionais, que são as lâmpadas incandescentes, as lâmpadas fluorescentes e as lâmpadas de halogéneo. Uma das principais vantagens da iluminação LED é a sua capacidade de transformar em luz a energia elétrica que consome. Uma lâmpada incandescente converte em luz aproximadamente apenas 5% da energia elétrica que consome, enquanto as lâmpadas LED atuais podem converter até 30%, e com potenciais melhorias no futuro. Outra das principais vantagens das lâmpadas LED é serem ideais para criar determinados ambientes luminosos, devido às várias cores em que os LED se encontram disponíveis e às suas dimensões. Em relação à qualidade da luz emitida pelas lâmpadas LED, pode-se afirmar que têm alta eficiência de emissão de luz, boa ótica monocromática e espectro estreito. Outra grande vantagem destas lâmpadas é a sua longevidade, que comparada com a das lâmpadas comuns é aproximadamente dez vezes maior, ou seja, algo estimado atualmente como 100 000 horas de funcionamento. Existem ainda outras vantagens, tais como a sua robustez física, ideal para determinados ambientes, e o facto de a lâmpada em si não aquecer, devido ao seu modo de gerar luz, e por não emitir radiação térmica, também por isso conhecida como fonte de luz fria. De salientar também que os LED são recicláveis, e com o substituir das lâmpadas convencionais pelas de LED deixar-se-iam de usar gases prejudiciais à saúde e ao ambiente, dos quais se destacam o mercúrio e o sódio [23, 18].

Foram feitos alguns estudos económicos sobre os benefícios da aplicação à escala mundial da iluminação LED, e, mais especificamente, um estudo realizado pelo Departamento de Energia dos Estados Unidos da América indica que se podem poupar biliões de dólares por ano em custos energéticos para iluminação a partir de 2030, o que reduziria anualmente as emissões de dióxido de carbono em centenas de milhões de toneladas (muitos países produzem eletricidade maioritariamente a partir da queima de combustíveis fósseis) [21, 28].



Figura 2.3: Módulo de última geração “Fortimo LED DLM Gen 4” da PHILIPS [12].

No entanto, a iluminação LED também tem os seus problemas, de que se destaca o preço de produção e de posterior venda. Devido ao baixo fluxo luminoso total gerado por um único LED obriga-se a que se usem módulos de vários LED, sujeitos a correntes elevadas, originando uma considerável libertação de calor, existe a necessidade de promover o seu arrefecimento de modo a manter a temperatura de junção baixa. Esta pode ser considerada a maior dificuldade atual da iluminação LED, porque se assim não for desencadeia outros problemas como o diminuir da intensidade da luz das lâmpadas LED, a alteração do comprimento de onda, e uma redução acentuada do tempo de vida das lâmpadas LED [21, 5]. Daí surge a necessidade de conceber e projetar sistemas eficazes para dissipar o calor gerado, os quais devem ser o mais baratos possível quer em termos dos processos de fabrico usados na sua obtenção quer em termos da quantidade de material (metálico), que incorporam.

2.3 Meios de dissipação de calor nas luminárias LED

Nesta secção pretende-se analisar alguns dos métodos utilizados na dissipação de calor dos módulos LED. Para isso é necessário primeiro ter uma imagem dos chamados pacotes LED (Figura 2.4) que, sem entrar em pormenores na componente eletrónica, são constituídos pelo semicondutor ou junção LED, que está ligado com um ponto de solda a um substrato, que por sua vez está ligado a uma alheta por um material de interface térmica (*TIM*). Com isto tem-se a noção que, desde a geração do calor na junção até qualquer um dos componentes que este atravessa, podem ser implementadas medidas e melhorias de modo

ao calor ser dissipado eficazmente [29].

O substrato é um dos componentes com especial interesse por parte das empresas fabricantes de lâmpadas LED, pois o material de que é feito pode representar uma notável melhoria no desempenho final de uma lâmpada LED de última geração. Entre os mais conhecidos tem-se o FR-4 (material compósito de fibra de vidro e resina epóxido), até ter sido amplamente substituído pelas placas de circuito impresso de alumínio, conhecidas como MCPCB, IMS ou ainda IMPCB, que, em suma, transferem mais facilmente o calor para a alheta. Hoje em dia existe muita pesquisa a ser feita na área dos substratos, onde se testam materiais como o carboneto de silício, silício, nitreto de gálio e safira [5, 2].

A otimização dos materiais de interface térmica, assim como a melhoria na redução da resistência térmica dos restantes constituintes do pacote LED, vem aumentar a possibilidade de se ter lâmpadas LED de maior potência com soluções globalmente compactas [30].

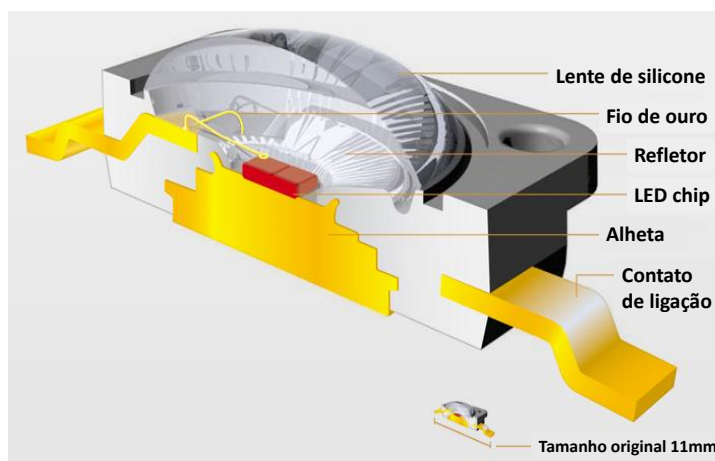


Figura 2.4: Montagem típica de um pacote LED de alta potência [15].

Mesmo com as constantes melhorias nos elementos constituintes do pacote LED de alta potência, é regularmente necessário utilizar elementos exteriores para dissipar o calor gerado por estes pacotes, os quais podem ser ativos ou passivos. Os meios de arrefecimento ativos são usados predominantemente em lâmpadas LED de maiores potências, como é o caso de sistemas que usam séries de micro-tubos com determinados fluidos que são bombeados quando frios para as zonas dos substratos dos pacotes LED, e saem quentes passando por uma alheta que tem ligado a si um pequeno ventilador, facilitando a remoção do calor do fluido e deixando-o pronto para ser bombeado de novo (Figura 2.5). É importante referir que este sistema de arrefecimento é de pequenas dimensões, e que pode ser ativado

somente quando necessário de modo a poupar energia [23].

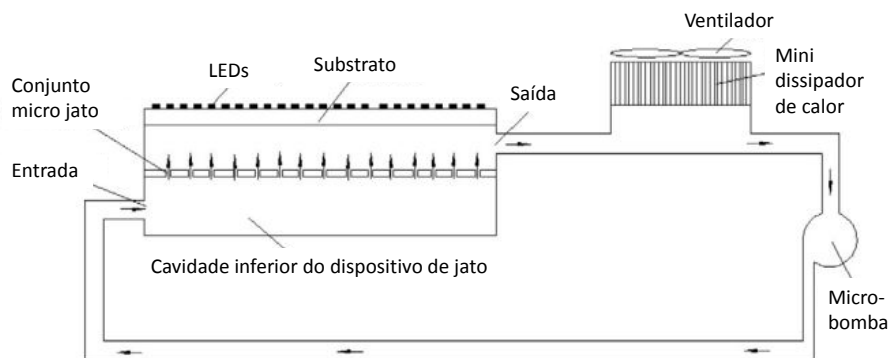


Figura 2.5: Esquema do sistema de arrefecimento por micro-jato [23].

Empresas especializadas em dissipação de calor e sistemas alhetados, como a Nuventix, procuram desenvolver sistemas para o mercado crescente das lâmpadas LED, como é o caso do “SynJet”. Nesta tecnologia usa-se uma unidade eletromagnética que faz oscilar um diafragma, e que, através de bocais, direciona o ar vindo do ambiente exterior para as zonas que necessitam de arrefecimento na lâmpada LED. Em sistemas de convecção natural, se se conseguir imprimir um pouco de movimento ao ar a circular conseguem-se obter arrefecimentos até dez vezes superiores, o que faz do jato de ar turbulento criado pelo “SynJet” um excelente sistema de arrefecimento, e isto sem o habitual ruído dos ventiladores [9].

Para determinadas situações ainda há uma tecnologia que não implementa sistemas de arrefecimento, mas procura o mesmo objetivo de arrefecer as lâmpadas LED. Trata-se de uma unidade (“driver”) que monitoriza a temperatura de junção utilizando micro controladores. Assim, quando a lâmpada LED começa a ficar demasiado quente a corrente transferida para esta diminui. É ainda possível programar um horário de funcionamento das lâmpadas LED através da unidade, e esta também deteta se estão presentes pessoas numa sala, de maneira a desligar as lâmpadas em caso de não serem necessárias, arrefecendo-as e, adicionalmente, poupando energia [2].

2.4 Sistemas alhetados em convecção natural

Os sistemas alhetados em convecção natural são sistemas passivos, pois não necessitam de nenhuma fonte adicional de energia para funcionar. São, na sua grande maioria, usados em lâmpadas LED de alta potência, mas na gama mais baixa, pois não apresentam a mesma capacidade de dissipação de calor que os sistemas ativos, que usam ventiladores, como por exemplo o de arrefecimento por micro-jato. Uma exceção é a “heat pipe technology”, ou tecnologia de tubo de calor, que faz uso de um material de mudança de fase para potenciar a dissipação de calor. O formato do sistema alhetado em que se aplica a tecnologia do tubo de calor pode ser idêntica ao sistema alhetado em estudo nesta dissertação (Figura 2.7), mas ao contrário de se ter um elemento maciço de alumínio no centro, que direciona o calor para as placas de alumínio anexas (alhetas), tem-se um tubo cilíndrico em cujo interior há um material de mudança de fase. Este material de mudança de fase vai estar em ebulição na face plana do cilindro mais chegada à lâmpada LED, o que faz com que o vapor do fluido suba junto ao eixo do cilindro levando o calor para a outra face extrema, e quando arrefece volta a condensar e liberta o calor ao descer por uma malha de ranhuras junto às paredes do cilindro (Figura 2.6).

Com o desenvolvimento da eficiência da potência de lúmen¹, e, assim, consequente menor calor gerado, a aplicação da tecnologia de tubo de calor pode vir a ser apenas benéfica em módulos LED de alta potência, acima dos 20W, e mais especificamente para os módulos acima dos 50W [24].

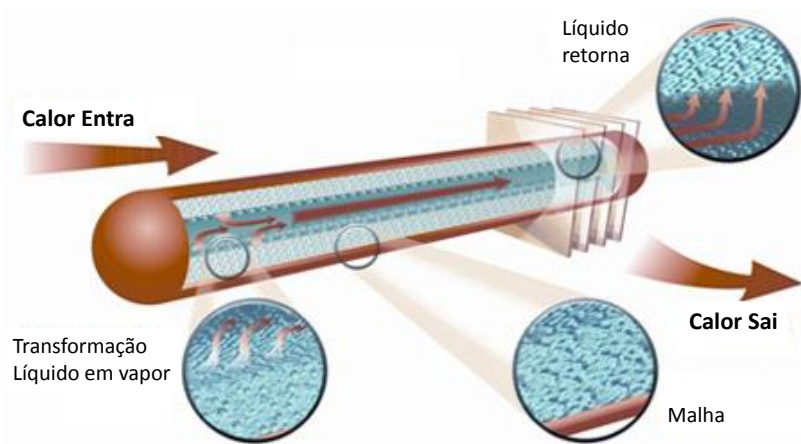


Figura 2.6: Esquema do funcionamento da “heat pipe technology” [14].

¹Unidade do sistema internacional que mede o fluxo luminoso.

O sistema alhetado em estudo nesta dissertação inclui-se nos sistemas alhetados em convecção natural, sem ter qualquer tipo de característica especial de modo a potenciar o arrefecimento, sendo assim preferencialmente usado em módulos de lâmpadas LED de alta potência, dentro da gama baixa e no máximo até aos 25W. É para módulos abaixo dos 10W que este género de sistema alhetado é considerado ser uma melhor solução de arrefecimento numa perspetiva de custo [24].

Continuam a ser feitos desenvolvimentos neste tipo de sistemas alhetados, maioritariamente pelas empresas que os produzem mas também pela comunidade científica, na procura de um formato de alheta mais eficaz, mais barato, e que permita um melhor desempenho. Um dos sistemas alhetados mais conhecidos usa alhetas de pino de forma cilíndrica, mas infelizmente este tipo de sistema alhetado não é feito por extrusão, e note-se que os dissipadores de calor de alumínio extrudido têm um coeficiente de transferência de calor que é quase o dobro do alumínio fundido [13].

Nesta dissertação pretende-se desenvolver um sistema alhetado que se pode obter através de um varão de alumínio extrudido com a forma desejada, sendo o módulo de arrefecimento pretendido obtido por simples corte de troços desse varão extrudido (Figura 2.7).

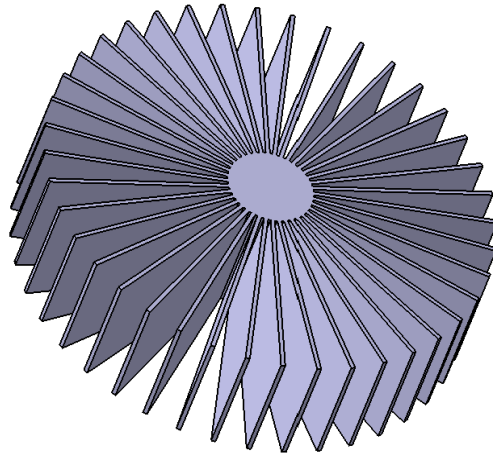


Figura 2.7: Representação tridimensional do sistema alhetado estudado.

Capítulo 3

Análise térmica

3.1 Introdução

Neste capítulo é feita a análise térmica do sistema alhetado em estudo, e para isso tem de se estudar as transferências de calor desde o módulo de lâmpadas LED até ao ar que envolve e arrefece o sistema alhetado.

O objetivo passa por criar um modelo que permita a alteração das dimensões que definem o sistema alhetado ou as características do módulo LED, e que devolva, entre outros parâmetros, a temperatura a que o módulo está a operar. Cada um dos processos de transferência de calor é analisado individualmente, permitindo uma clarificação das expressões constituintes das equações globais de análise térmica.

Na secção final deste Capítulo 3 expõe-se a modelação do processo global de transferência de calor e explicita-se a utilização do método de relaxação e do processo iterativo usado para resolução dos sistemas de equações do modelo.

De seguida apresentam-se os componentes submetidos a análise térmica, e explica-se como se desenvolveu o modelo criado.

3.2 Componentes submetidos a análise térmica

Nesta secção pretendem-se expor os meios pelos quais o calor é transferido, meios estes que são idênticos para qualquer módulo LED de última geração, e que têm características que influenciam os resultados do modelo desenvolvido. Explica-se ainda a forma como se abordou o problema para se conseguir obter um modelo simples mas ainda assim realista.

O calor provém do módulo de lâmpadas LED, mais especificamente da junção entre os semicondutores, e chega à extremidade traseira do módulo, que é feita de alumínio, para ser conduzido por um *TIM* (material de interface térmica) para o sistema alhetado, e por fim para o ambiente, como se pode ver na Figura 3.1.

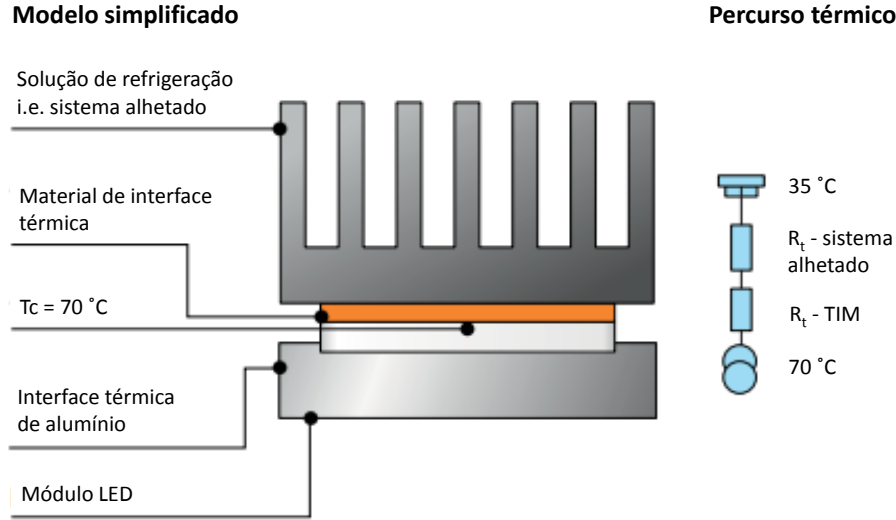


Figura 3.1: Modelo demonstrativo do percurso térmico [12].

Existe uma grande variedade de módulos LED de alta potência que diferem em algumas das suas características, como por exemplo a sua eficiência, expressa em lúmen por Watt, ou na capacidade de manter o fluxo luminoso. Estes fatores são importantes, mas para esta dissertação só vão interessar os fatores que influenciem diretamente no desenvolvimento do sistema alhetado de arrefecimento. Assim, os parâmetros dos módulos LED que interessam para o modelo criado são apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Propriedades relevantes dos módulos LED.

Propriedades	Designação
P	Potência térmica máxima libertada $[W]$
T_c	Temperatura crítica de funcionamento $[^\circ C]$
D_{base}	Diâmetro da base do módulo $[m]$

A potência térmica máxima representa o calor libertado para a parte traseira do módulo LED, que o sistema alhetado terá de dissipar, de modo a que a base do módulo não ultrapasse a temperatura crítica de funcionamento. Estes dois parâmetros variam para cada modelo e marca de módulos LED de última geração.

As dimensões da base do módulo, onde é feita a ligação ao sistema alhetado, vão influenciar na quantidade total de calor removido. A base do módulo LED da PHILIPS apresentado na Figura 2.3 é retangular, assim como a de muitos outros módulos LED de última geração. No entanto, considera-se esta base circular, por uma questão de similaridade com o perfil do sistema alhetado em estudo.

3.2.1 Características do *TIM*

O *TIM* tem como função ligar os materiais a que está anexado, de modo a que o calor seja conduzido entre esses materiais eficazmente. Para efeitos de cálculo térmico pode-se pensar que o *TIM* faz a colagem entre a parte de trás do módulo LED e a base do sistema alhetado. Na prática, basta que duas alhetas tenham um pequeno rasgo onde rosque um parafuso para que se consiga uma fixação segura entre o módulo LED e o sistema alhetado. O *TIM* vai servir de ponte para o calor que provém da base do módulo LED para o sistema alhetado, e por isso é importante conhecerem-se as características deste material, e em especial a sua condutividade térmica. Quanto maior for a espessura do *TIM* pior será a condução do calor para a base do sistema alhetado, pois por muito boa que seja a condutividade deste material ele impõe sempre uma resistência térmica. Na Tabela 3.2 podem-se consultar as características do *TIM* selecionado.

Tabela 3.2: Características do *TIM* selecionado [7].

Propriedades	Designação	Valor
δ_{TIM}	espessura [m]	0.0006
k_{TIM}	condutividade térmica [$W/(m \cdot K)$]	3.1

A espessura do *TIM* necessária para não haver zonas entre a base do módulo e o sistema alhetado sem material (bolsas de ar), será o dobro do valor da rugosidade na base do sistema alhetado, e este valor vem da rugosidade que o alumínio apresenta depois de ser cortado (o sistema alhetado produz-se através de um varão extrudido de alumínio, que depois é cortado em troços). Tipicamente este valor centra-se na ordem dos cem microns [1], mas por uma questão de segurança, e facilidade numa suposta aplicação prática, utilizou-se o triplo deste valor.

O *TIM* selecionado é fabricado por um produtor sugerido pela PHILIPS no seu catálogo de módulos LED, e tem o valor de condutividade térmica que se apresenta na Tabela 3.2.

3.2.2 Análise e configuração do sistema alhetado

O sistema alhetado tem um formato previamente definido (Figura 3.2), que foi pensado para ser facilmente produzido e com os menores custos possíveis. Com o formato definido, o sistema alhetado fica reduzido a cinco variáveis de caracterização, que se apresentam na Tabela 3.3.

Tabela 3.3: Dimensões características do sistema alhetado.

Variáveis	Designação
L	comprimento $[m]$
H	largura $[m]$
N_a	número de alhetas
δ	espessura da alheta $[m]$
R_{cc}	raio do cilindro central $[m]$

É de fácil conclusão que quanto maior for o comprimento e a largura do sistema alhetado, mais facilmente se dissipa o calor gerado no módulo LED. No entanto, para os restantes parâmetros pode-se não ter a mesma linearidade, tal como apresentado no Capítulo 4 desta dissertação. Com a Figura 3.2, pretende-se clarificar o que representa cada característica dimensional que define o sistema alhetado.

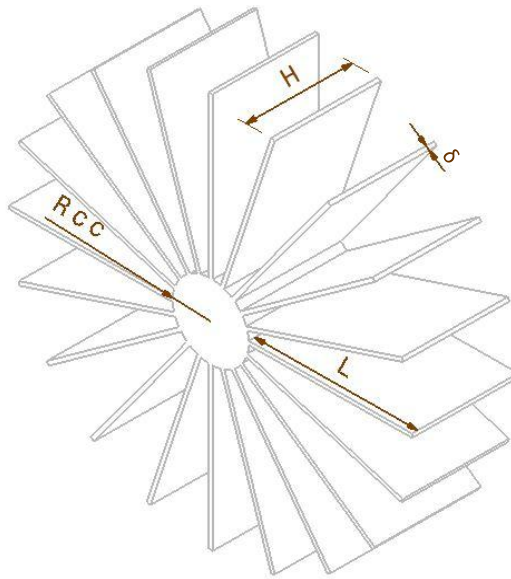


Figura 3.2: Representação das características dimensionais que definem o sistema alhetado, excluindo N_a .

É fundamental explicitar a abordagem setorial que foi aplicada na elaboração do modelo para a análise térmica do sistema alhetado. Encontrou-se uma geometria que ao multiplicar pelo número de alhetas (N_a) dá origem ao total do sistema alhetado, tendo como objetivo estudar uma pequena parte do sistema alhetado e conseguir obter resultados para o sistema completo. Essa geometria engloba o volume de ar interior que se encontra entre duas extensões de alheta, a parte do cilindro central dividido pelo valor de N_a , e respectiva alheta ligada a essa parte do cilindro central, como se pode ver pela Figura 3.3. Esta abordagem consiste em tirar partido da periodicidade espacial existente no sistema de arrefecimento em análise.

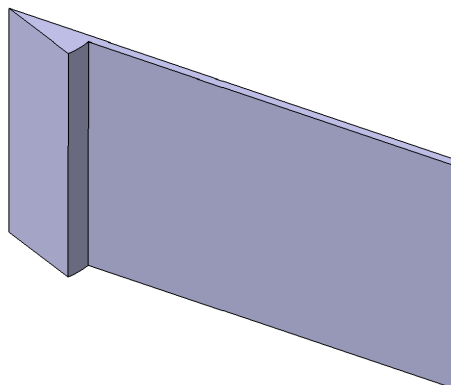


Figura 3.3: Setor do sistema alhetado estudado no modelo.

Definição de uma malha para o setor do sistema alhetado

Uma análise criteriosa de estudar a transferência de calor na alheta, e entre esta e o ar, requer que se divida o setor selecionado (Figura 3.3) em várias partes, e se estude o que acontece em cada uma delas. Para isso foi necessário construir uma malha plana retangular, que passa no interior de uma alheta, a partir da qual se vão basear os cálculos que envolvem a transferência de calor. Os elementos da malha foram numerados (Figura 3.4), pois cada um destes dará origem a uma equação final de conservação de energia.

O ar que se situa entre duas alhetas também vai ser considerado, sendo dividido e numerado com os mesmos índices, e que apesar de não estar no mesmo plano é também representado na Figura 3.4 (por uma questão de simplificação) com os seus elementos rodeados por uma nuvem. Como se pode observar, o volume de ar entre duas alhetas é dividido em nove elementos, pois os elementos 1, 5 e 9 pertencem ao cilindro central do

sistema alhetado, que é maciço.

De referir ainda que x e y representam metade do comprimento e largura, respetivamente, dos elementos pertencentes à extensão de alheta. A numeração de cada elemento da malha é já definida com a intenção de auxiliar na identificação das equações posteriormente apresentadas neste Capítulo 3.

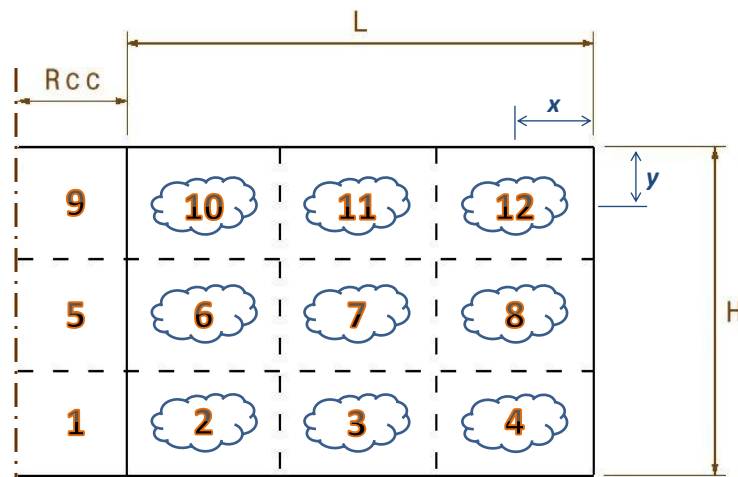


Figura 3.4: Vista a duas dimensões da malha aplicada e respetiva numeração.

Características do alumínio

O sistema alhetado é feito em alumínio extrudido, que tem qualidades condutoras de calor muito boas, e devido ao seu peso e preço é o material mais indicado para este tipo de aplicação. O cobre seria outra solução, mas não tão eficaz, pois apesar de ter uma condutividade térmica superior à do alumínio, tem também um custo e peso maiores. Na Tabela 3.4 apresentam-se os valores das propriedades do alumínio utilizados na análise térmica.

Tabela 3.4: Propriedades do alumínio.

Propriedades	Designação	Valor
k_{Al}	condutividade térmica $[W/(m \cdot K)]$	180.2
ε_{Al}	emissividade	0.65
ρ_{Al}	massa volúmica $[kg/m^3]$	2770

O valor da condutividade térmica foi mantido constante ao longo dos cálculos no Ca-

pítulo 3, pois apresenta uma variação com a temperatura do alumínio perfeitamente desprezável. O valor da temperatura do alumínio, para estabelecimento da sua condutividade térmica, foi obtido a partir da subtração entre a temperatura crítica de funcionamento do módulo LED (T_c) e o valor médio do abaixamento de temperatura para o alumínio devido ao efeito do *TIM*, que é de aproximadamente $3^\circ C$. A emissividade do alumínio extrudido sem que seja realizado tratamento à sua superfície encontra-se na ordem dos 0.25 [35]. No entanto, devido à exposição ao ar ambiente durante algum tempo do sistema alhetado, o alumínio vai criar uma camada de óxido, que aumenta o valor da emissividade das superfícies do sistema alhetado. Assim, decidiu-se utilizar o valor de emissividade indicado na Tabela 3.4. No entanto, este é um valor que tem associada uma elevada incerteza, sendo comum na literatura o aparecimento de valores consideravelmente diferentes para este parâmetro.

3.2.3 Características do ar

O ar que rodeia e percorre o interior do sistema alhetado vai ser determinante para a análise térmica, pois é para o ar, e através do ar, que se dissipa o calor. O ar interior foi considerado no modelo através da totalidade do ar entre duas extensões de alheta, e tendo em conta a influência convectiva de todas as superfícies em contacto com o ar. Na Tabela 3.5 encontram-se as propriedades do ar que foram utilizadas no modelo, não se apresentam os valores, pois estes variam com a temperatura local a que o ar se encontra.

É importante referir que a temperatura do ar ambiente influencia diretamente o calor que se consegue dissipar através do sistema alhetado, e quanto maior for o valor dessa temperatura mais difícil é dissipar o calor do módulo LED.

Tabela 3.5: Propriedades do ar [22].

Propriedades	Designação	Valor (@350 K)
α	difusividade térmica [m^2/s]	29.9
β	coeficiente de expansão volumétrica [K^{-1}]	≈ 0.003
ν	viscosidade cinemática [m^2/s]	20.92
Pr	número de Prandtl	0.700
k	condutividade térmica [$W/(m \cdot K)$]	30.0
ρ	massa volúmica [kg/m^3]	0.995
C_p	calor específico a pressão constante [$J/(kg \cdot K)$]	1.009

3.3 Princípios do modelo

O modelo desenvolvido engloba os seguintes processos de transferência de calor:

- Condução;
- Convecção;
- Radiação.

O processo de transferência de calor por condução encontra-se presente no *TIM*, no sistema alhetado, e no ar que circula entre as alhetas. A transferência de calor por convecção ocorre entre o sistema alhetado e o ar que nele circula, o sistema alhetado é também dissipador de calor por radiação, onde também se considerou a base do módulo, já que também é de alumínio.

Como parâmetros de entrada do modelo vão-se ter as já referidas variáveis do módulo LED, assim como a temperatura do ar ambiente onde a luminária LED será instalada, e ainda as variáveis dimensionais características do sistema alhetado. Assim, os parâmetros de entrada do modelo são:

- Temperatura do ar ambiente (T_{amb});
- Potência térmica máxima libertada pelo módulo LED para o sistema de arrefecimento (P);
- Temperatura crítica de funcionamento do módulo LED (T_c);
- Dimensões da base do módulo LED (D_{base});
- Comprimento do sistema alhetado (L);
- Largura do sistema alhetado (H);
- Número de alhetas no sistema alhetado (N_a);
- Espessura das alhetas no sistema alhetado (δ);
- Raio do cilindro central do sistema alhetado (R_{cc}).

As variáveis de saída do modelo são as temperaturas em cada um dos elementos da malha, tanto para o ar como para o alumínio, e a massa de material do sistema alhetado. A maioria destas variáveis de saída do modelo são meramente indicativas, mas são importantes para analisar, por exemplo, o comportamento do ar interior. As variáveis de saída fundamentais, na perspectiva do utilizador do programa elaborado, são a temperatura a que o módulo se encontra a operar com um determinado sistema alhetado, e a massa desse sistema. Assim, as variáveis de saída do modelo são:

- Temperaturas do alumínio em cada elemento da malha do setor do sistema alhetado ($T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6, T_7, T_8, T_9, T_{10}, T_{11}, T_{12}$) (Figura 3.4);
- Temperaturas do ar em cada elemento de volume presente no setor do sistema alhetado ($T_{ar,2}, T_{ar,3}, T_{ar,4}, T_{ar,6}, T_{ar,7}, T_{ar,8}, T_{ar,10}, T_{ar,11}, T_{ar,12}$) (Figura 3.4);
- Temperatura de funcionamento do módulo LED ($T_{módulo}$);
- Massa de material do sistema alhetado (m_{total}).

No modelo desenvolvido, a partir do momento que o utilizador insere os dados do sistema alhetado que quer estudar analisa-se se o número de alhetas é demasiado elevado, ao ponto de não se poderem acomodar no cilindro central. A matriz de temperaturas do alumínio e do ar estimadas vai ser criada através dos parâmetros de entrada T_{amb} e T_c . Inicialmente, para estimativa dos cálculos de calor removido pela base do módulo LED, tanto por convecção como por radiação, utilizou-se o valor de T_c , com o objetivo de ter resultados para o módulo LED a operar na temperatura máxima permitida.

Após ter os primeiros valores de temperaturas do alumínio e do ar provenientes dessas estimativas, estes tornam-se os parâmetros de temperatura de entrada do modelo na iteração seguinte. Este processo é repetido até que a diferença entre os valores das temperaturas de entrada e de saída do modelo têm um erro inferior a 0.001, conseguindo-se assim a convergência para uma solução final.

Este modelo foi primeiramente desenvolvido em Matlab por várias razões, entre elas a experiência pessoal previamente adquirida a trabalhar com este software, o cálculo rápido de equações não-lineares que este possibilita e a facilidade tanto no processo de cálculo iterativo como no cálculo dos fatores de forma usados nas expressões da transferência de calor por radiação. Na Figura 3.5 é representado o fluxograma que corresponde ao processo seguido no modelo elaborado.

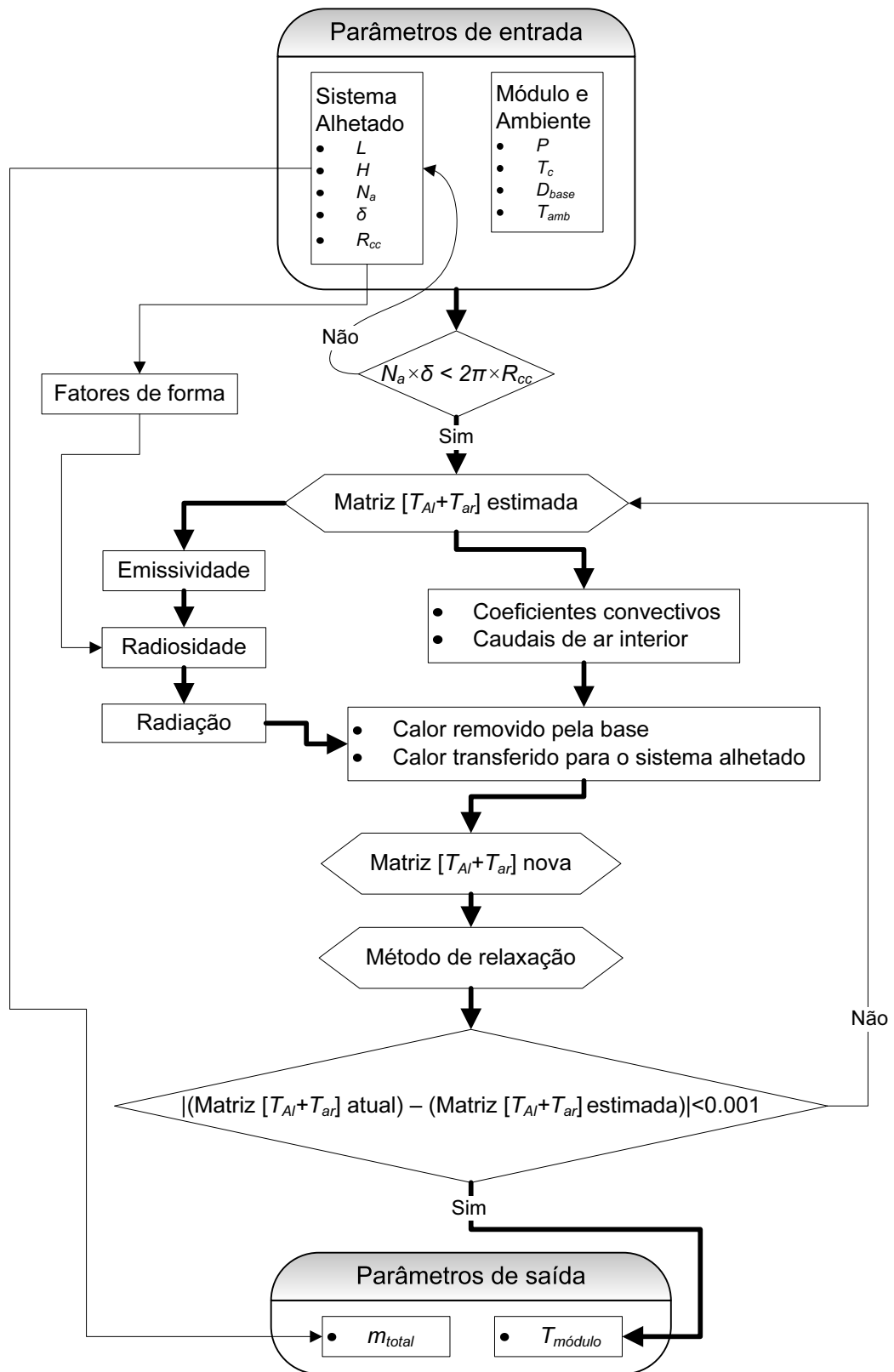


Figura 3.5: Fluxograma do modelo.

3.4 Transferência de calor por condução

O processo de transferência de calor por condução está, obviamente, presente no sistema alhetado e no *TIM*, mas também no ar que circula no seu interior, pois na malha do ar interior cada elemento recebe e liberta calor por condução para os elementos adjacentes. A transferência de calor por condução é calculada entre os pontos centrais de cada elemento, e baseia-se na Expressão 3.1 [22].

$$q_{cond} = k \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta d} \quad (3.1)$$

onde k é a condutividade térmica do alumínio, ou do ar, que o calor percorre, A a área de secção transversal do elemento atravessada pelo calor, ΔT e Δd são a diferença de temperatura e distância, respetivamente, entre um elemento e o adjacente. O valor da condutividade térmica para os elementos no alumínio manteve-se constante, pois apesar de o sistema alhetado ainda poder variar consideravelmente a sua temperatura, consoante as variáveis de entrada usadas, a influência que teria no resultado final seria desprezável. Já a condutividade térmica do ar varia de modo mais acentuado consoante a temperatura a que se encontra, e por isso a condutividade térmica para os elementos no ar foi interpolada de tabelas presentes em [22]. No modelo desenvolvido vários valores de variáveis referentes ao ar, dependentes da temperatura, são interpolados em cada iteração. Tomando como exemplo o cálculo de k fica-se com

$$k = k_0 + (k_1 - k_0) \cdot \frac{(T_{ar} - T_{ar,min})}{(T_{ar,max} - T_{ar,min})} \quad (3.2)$$

onde os valores extremos de $T_{ar,min}$ e $T_{ar,max}$ são de 300 K e 400 K , respetivamente, para todas as interpolações executadas no modelo. A temperatura do ar no interior do sistema alhetado não deverá exceder o valor de 400 K , pois se assim fosse não estaria a ser efetuado nenhum arrefecimento ao módulo LED, e também não deverá ser inferior a 300 K , pelo menos em condições ambientais normais.

3.4.1 Áreas de transferência de calor por condução

Elementos no alumínio

A área da base para os elementos pertencentes ao cilindro central foi calculada como

$$A_{base,cc} = \frac{\pi \cdot R_{cc}^2}{N_a} \quad (3.3)$$

As áreas da base e laterais para os elementos pertencentes à extensão de alheta foram calculadas, respetivamente, pelas expressões

$$A_{base,alh} = 2 \cdot x \cdot \delta \quad (3.4)$$

$$A_{l,alh} = 2 \cdot y \cdot \delta \quad (3.5)$$

onde os valores de x e y foram multiplicados por dois, pois representam apenas metade do comprimento e da largura de um elemento da extensão de alheta, como mostra a Figura 3.4.

As áreas de transferência de calor por condução no alumínio são representadas na Figura 3.6, onde se observam dois elementos, um pertencente ao cilindro central, e outro à extensão de alheta. É importante referir que a área lateral da extensão de alheta ($A_{l,alh}$) também se usou no cálculo da transferência de calor por condução entre um elemento do cilindro central e o elemento adjacente da extensão de alheta, apesar de ser uma aproximação algo grosseira, pois apenas metade do percurso entre o centro desses elementos tem essa área de secção transversal.

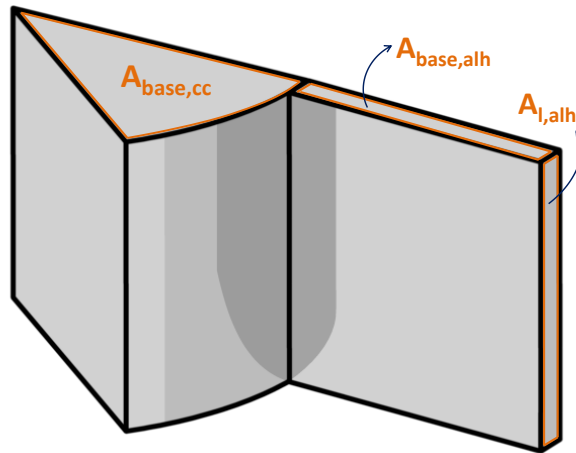


Figura 3.6: Áreas de transferência de calor por condução dos elementos no alumínio.

Elementos no ar

Foi necessário calcular seis áreas de secção transversal para a transferência de calor por condução no ar interior. As áreas chamadas *horizontais*, para a condução de calor em direção ao cilindro central (o ar aquece à medida que se aproxima do cilindro central) são representadas na Figura 3.7, e são obtidas como

$$A_{hor1} = \left[\left(\frac{2\pi \cdot (R_{cc} + 6 \cdot x)}{N_a} \right) - \delta \right] \cdot 2 \cdot y \quad (3.6)$$

$$A_{hor2} = \left[\left(\frac{2\pi \cdot (R_{cc} + 4 \cdot x)}{N_a} \right) - \delta \right] \cdot 2 \cdot y \quad (3.7)$$

$$A_{hor3} = \left[\left(\frac{2\pi \cdot (R_{cc} + 2 \cdot x)}{N_a} \right) - \delta \right] \cdot 2 \cdot y \quad (3.8)$$

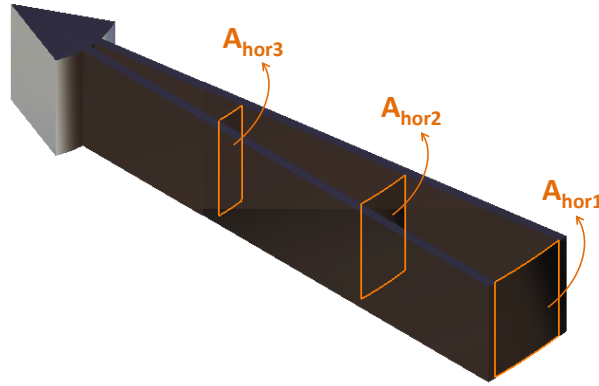


Figura 3.7: Áreas *horizontais* de transferência de calor por condução dos elementos no ar.

As três restantes áreas para a transferência de calor por condução no ar interior denominaram-se áreas *verticais* e são representadas na Figura 3.8. Assim, ficam definidas as áreas de interesse dos elementos no ar interior.

$$A_{vert1} = \frac{\pi \cdot (R_{cc} + 6 \cdot x)^2 - \pi \cdot (R_{cc} + 4 \cdot x)^2}{N_a} - (\delta \cdot 2 \cdot x) \quad (3.9)$$

$$A_{vert2} = \frac{\pi \cdot (R_{cc} + 4 \cdot x)^2 - \pi \cdot (R_{cc} + 2 \cdot x)^2}{N_a} - (\delta \cdot 2 \cdot x) \quad (3.10)$$

$$A_{vert3} = \frac{\pi \cdot (R_{cc} + 2 \cdot x)^2 - \pi \cdot R_{cc}^2}{N_a} - (\delta \cdot 2 \cdot x) \quad (3.11)$$

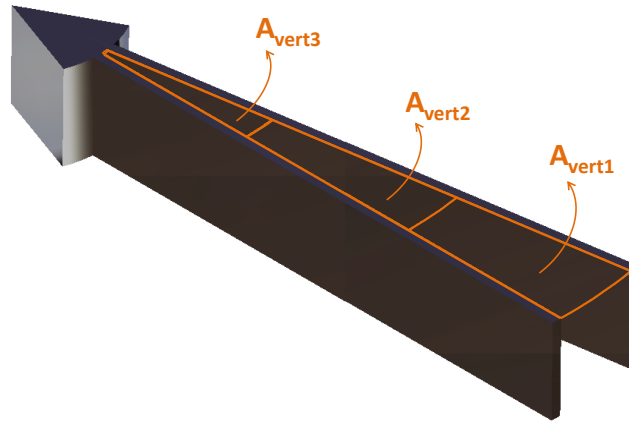


Figura 3.8: Áreas *verticais* de transferência de calor por condução dos elementos no ar.

3.5 Transferência de calor por convecção

A transferência de calor por convecção engloba o calor transferido por este processo para os elementos no ar interior pelo sistema alhetado, e ainda o calor transferido por convecção para o ar ambiente, que ocorre através das superfícies que não estão em contacto com o ar interior. As equações convectivas que se usaram no modelo para este efeito foram derivadas da Expressão 3.12 [22].

$$q_{conv} = h \cdot A_s \cdot (T_s - T_{ar}) \quad (3.12)$$

onde h é o coeficiente de transferência de calor por convecção médio para toda a superfície de um elemento, A_s e T_s são a área e temperatura dessa superfície, respetivamente, e T_{ar} a temperatura do ar em contacto com a superfície de alumínio do elemento em questão.

3.5.1 Áreas de transferência de calor por convecção

As superfícies convectivas expostas ao ar interior estão representadas na Figura 3.9, e são calculadas pelas Expressões 3.13 e 3.14, e as superfícies em contacto com o ar ambiente, nos elementos das extremidades do sistema alhetado, têm áreas iguais a $A_{base,alh}$ e $A_{l,alh}$, que estão representadas na Figura 3.6. As equações para cálculo destas áreas que se apresentam de seguida foram também usadas nos cálculos da transferência de calor por radiação na Secção 3.6, visto que representam as superfícies onde há troca de calor por radiação.

$$A_{int,cc} = \left(\frac{2\pi \cdot R_{cc}}{N_a} - \delta \right) \cdot 2 \cdot y \quad (3.13)$$

$$A_{int,alh} = (2 \cdot x) \cdot (2 \cdot y) \quad (3.14)$$

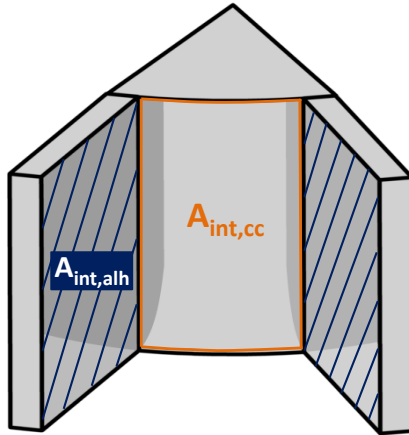


Figura 3.9: Áreas para as superfícies dos elementos em contacto com o ar interior.

3.5.2 Cálculo dos coeficientes de transferência de calor por convecção

O coeficiente de transferência de calor por convecção foi calculado para cada um dos elementos do ar interior, e para os elementos nas extremidades do sistema alhetado em contacto com o ar ambiente calculou-se um coeficiente de transferência de calor por convecção com o ambiente. Os valores das propriedades do ar necessários para o cálculo

dos coeficientes de transferência de calor por convecção (Tabela 3.5) são interpolados à temperatura de película que resulta da expressão

$$T_{película} = \frac{T_s + T_{ar}}{2} \quad (3.15)$$

O sistema alhetado está submetido a convecção natural onde o cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção tem subjacente o conhecimento da velocidade do ar, pois no ar existem gradientes de massa específica devidos aos gradientes de temperatura, o que dá origem a um efeito de impulsão, com o ar mais quente a flutuar sobre o ar mais frio [22]. No entanto, para tornar o problema resolúvel com meios de cálculo simples em termos de hardware e software, optou-se por calcular a velocidade do ar interior para cada elemento. Esta adaptação permitiu que se obtivesse um valor do coeficiente de transferência de calor por convecção próximo do esperado na realidade, e tornou possível o cálculo dos caudais de ar. Para obter o valor da velocidade do ar foi necessário calcular o número de Rayleigh segundo a expressão [22]

$$Ra = \frac{g \cdot \beta \cdot (|T_s - T_{ar}|) \cdot (2 \cdot x)^3}{\nu \cdot \alpha} \quad (3.16)$$

De salientar que na Expressão 3.16 se usou o módulo para a diferença de temperatura entre o alumínio e o ar, de modo a que o modelo continue a devolver variáveis de saída coerentes mesmo quando a temperatura do ar seja superior à do alumínio no elemento em causa, o que pode acontecer dependendo dos parâmetros de entrada escolhidos ou de ainda se estar longe da solução final convergida.

A Expressão 3.17 foi utilizada para o cálculo da velocidade do ar (adaptado de [19])

$$v = C^x \cdot \frac{\alpha}{2 \cdot x} \cdot (Ra \cdot Pr)^{1/2} \quad (3.17)$$

em que C^x é um fator de ajuste. Conhecida a velocidade do ar obtém-se o número de Reynolds, que é necessário para o cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção.

$$Re = \frac{v \cdot 2 \cdot x}{\nu} \quad (3.18)$$

Finalmente, utilizou-se a Expressão 3.19 para o cálculo do coeficiente de transferência de calor por convecção que corresponde a uma placa plana em escoamento paralelo e laminar [22].

$$h_{int} = \frac{k}{2 \cdot x} \cdot (0,664 \cdot Re^{1/2} \cdot Pr^{1/3}) \quad (3.19)$$

O coeficiente de transferência de calor por convecção para o ar ambiente (h_{amb}) é calculado usando a mesma metodologia, com as diferenças de temperatura de película a serem calculadas entre o ar ambiente e as superfícies expostas a este, e em todas as expressões o comprimento da superfície ($2 \cdot x$) foi substituído pela largura ($2 \cdot y$).

O problema de transferência de calor em análise é um problema de convecção natural, sendo a velocidade local do ar função essencialmente da distribuição de temperatura e da geometria do sistema. A simplificação feita consiste em avaliar a velocidade do ar, e a partir do conhecimento desse valor tratar o problema como se de um problema de convecção forçada se tratasse, o que permite desacoplar as distribuições de temperatura e de velocidade e ainda assim obter uma boa estimativa do desempenho térmico do sistema de arrefecimento. Para aplicação a uma situação prática, o uso de qualquer método simples de avaliação experimental do valor da velocidade do ar permite encontrar o fator de ajuste de velocidade C^x mais adequado, assim dando realismo físico à velocidade do ar usada e à restante informação obtida com o modelo. Só meios de cálculo mais sofisticados, em termos de hardware e software, permitiriam o tratamento do problema como sendo de convecção natural, que é o que ele efetivamente é. Note-se que um dos objetivos deste trabalho é poder dispor de uma ferramenta de cálculo simples, sem recurso a meios de hardware ou de software que não os comumente usados para muitos outros fins.

3.5.3 Cálculo dos caudais mássicos

Os caudais mássicos indicam a massa de ar que por segundo chega a cada elemento na extensão de alheta. Foi necessário calcular três caudais distintos, para cada um dos elementos na extremidade da extensão de alheta por onde o ar entra (elementos 4, 8 e 12 da Figura 3.4), e através desses três caudais alcançaram-se os restantes. Os caudais mássicos foram calculados como

$$\dot{m}_{i,ent-lado} = \rho_{ar,i} \cdot v_i \cdot A_{hor1} \quad (3.20)$$

Na expressão anterior a velocidade do ar foi a calculada para os elementos em causa, assim como a massa volúmica do ar, ao passo que a área é a mesma para os três elementos na extremidade do sistema alhetado. Os caudais calculados correspondem à entrada de ar pelo lado do sistema alhetado, e nos elementos junto à base do módulo LED não existem

caudais de entrada por baixo. Todos os elementos têm caudal de saída por cima, e em relação ao caudal de saída pelo lado, só para os elementos que estão junto ao cilindro central é que são nulos. A Figura 3.10 ilustra que elementos têm dois caudais de entrada (lado e baixo) mais dois de saída (lado e cima) e restantes combinações, e ainda a fração de caudal que passa de elemento para elemento. Apresenta-se o cálculo dos caudais de saída e entrada tomando como exemplo o elemento sete.

$$\begin{aligned}\dot{m}_{7,ent-lado} &= \frac{2}{3} \cdot (\dot{m}_{8,ent-lado} + \dot{m}_{8,ent-baixo}) \\ &= \dot{m}_{8,sai-lado}\end{aligned}\tag{3.21}$$

$$\begin{aligned}\dot{m}_{7,ent-baixo} &= \frac{1}{4} \cdot \dot{m}_{3,ent-lado} \\ &= \dot{m}_{3,sai-cima}\end{aligned}\tag{3.22}$$

$$\begin{aligned}\dot{m}_{7,sai-lado} &= \frac{1}{2} \cdot (\dot{m}_{7,ent-lado} + \dot{m}_{7,ent-baixo}) \\ &= \dot{m}_{6,ent-lado}\end{aligned}\tag{3.23}$$

$$\begin{aligned}\dot{m}_{7,sai-cima} &= \frac{1}{2} \cdot (\dot{m}_{7,ent-lado} + \dot{m}_{7,ent-baixo}) \\ &= \dot{m}_{11,ent-baixo}\end{aligned}\tag{3.24}$$

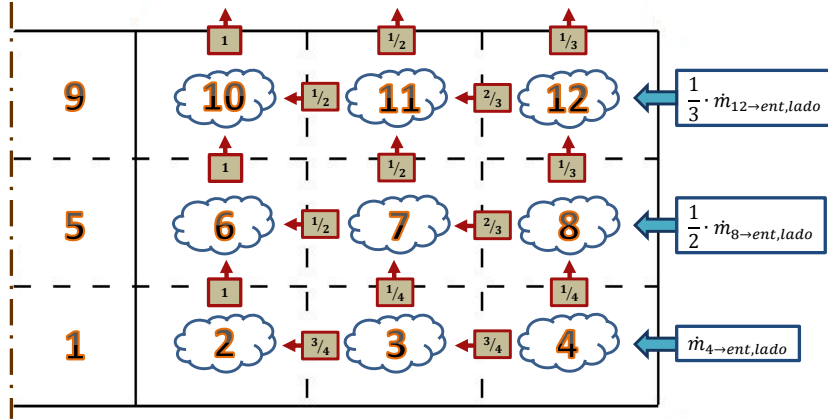


Figura 3.10: Frações de caudal que passam para cada elemento.

Esta repartição de caudais foi obtida por estimativa de maneira a ser realista e a levar a resultados de temperaturas do ar que demonstrassem um comportamento realista. Isto é, as variáveis de saída da temperatura do ar foram analisadas, de modo a proceder a alterações às frações de caudal utilizadas no modelo, até serem obtidos resultados coerentes, com a temperatura do ar interior a aumentar dos elementos inferiores para os superiores.

A repartição de caudais é outra das grandes aproximações feitas, carecendo de ser estudadas em detalhe outras repartições e feita a comparação com os resultados obtidos a partir de análises mais completas e mais finas.

3.6 Transferência de calor por radiação

Nos sistemas alhetados em convecção natural a radiação torna-se muito importante como mecanismo adicional de dissipação de calor. A Expressão 3.25 mostra como se calcula o calor removido por radiação de cada superfície dos elementos no alumínio, e da base do módulo LED, considerando as superfícies cinzentas, difusas, opacas e formando uma cavidade [22].

$$q_{rad,i} = \frac{E_{cn,i} - J_i}{(1 - \varepsilon_i) / \varepsilon_i \cdot A_i} \quad (3.25)$$

O valor da emissividade do alumínio, ε , tem muita influência no calor removido por radiação, e se o alumínio fosse anodizado (filme de óxido criado por eletrólise) a radiação

teria um efeito ainda maior nos resultados finais do modelo. As áreas envolvidas na troca de calor por radiação foram calculadas pelas Expressões 3.13 e 3.14, e o modo de calcular a radiosidade é referido na Sub-seção 3.6.2. Por sua vez, o poder emissivo total de um corpo negro obtém-se como

$$E_{cn,i} = \sigma \cdot T_i^4 \quad (3.26)$$

em que $\sigma = 5,670 \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K}^4)$ é a constante de Stefan-Boltzmann, e T_i a temperatura absoluta de cada elemento no alumínio, ou do ar ambiente para o caso de se tratar da transferência de calor por radiação para a envolvente do sistema alhetado.

3.6.1 Cálculo dos fatores de forma

Os fatores de forma são necessários para a avaliação da transferência de calor por radiação, e em particular para o cálculo das radiosidades (Sub-Secção 3.6.2). Definem-se como a fração de radiação que deixa uma determinada superfície e é interceptada por outra superfície, dependendo das dimensões destas superfícies e do posicionamento de uma relativamente à outra [22]. A disposição de cada elemento na extensão de alheta em relação aos elementos na extensão de alheta adjacente, como se pode ver na Figura 3.9, envolve um determinado ângulo, e não existe uma maneira óbvia para calcular os fatores de forma em superfícies com esta disposição que não desvie esta dissertação do seu princípio. Assim, e apenas para efeito de cálculo dos fatores de forma, decidiu-se aproximar a disposição que duas extensões de alheta têm entre elas, retirando-se o ângulo e tornando-as paralelas, como representado na Figura 3.11. O erro associado a esta aproximação é tanto menor quanto maior for o número de alhetas do sistema em estudo. Na Figura 3.11 os elementos diretamente opostos aos elementos numerados de dois a quatro e nas duas filas superiores representam-se com a mesma numeração, mas para serem distinguíveis contêm a letra i (só foi colocado o elemento $2i$, de modo a evitar sobreposições e dificuldades na interpretação da figura), como por exemplo, o fator de forma entre o elemento diretamente oposto ao elemento sete e o elemento doze é representado por F_{7i-12} . Ainda na Figura 3.11, a base é representada com o mesmo comprimento que a extensão de alheta, mas na verdade a probabilidade de isso acontecer é remota, pois seria necessário que o sistema alhetado selecionado tivesse o diâmetro igual ao comprimento da base do módulo LED.

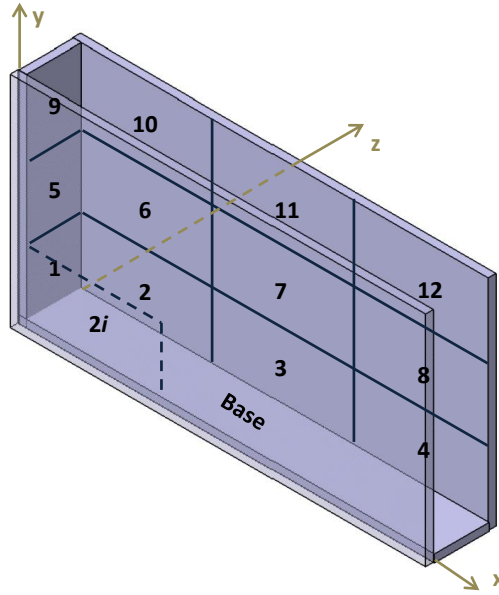


Figura 3.11: Aproximação introduzida à disposição real entre duas extensões de alheta para cálculo dos fatores de forma.

A distância entre as duas extensões de alheta (d_z) foi obtida através de uma média entre o tamanho do arco para o cilindro central (d_{cc}) e o tamanho do arco para a extensão total de alheta (d_{alh}), o que resultou em

$$d_z = \frac{d_{cc} + d_{alh}}{2} \quad (3.27)$$

onde

$$d_{cc} = \frac{2\pi \cdot R_{cc}}{N_a} - \delta \quad (3.28)$$

$$d_{alh} = \frac{2\pi \cdot (R_{cc} + 6 \cdot x)}{N_a} - \delta \quad (3.29)$$

Fatores de forma para placas paralelas

O método utilizado para obter os valores dos fatores de forma para elementos paralelos advém da Expressão 3.31, e esta só faz sentido analisando ao mesmo tempo a Figura 3.12 b) [26],

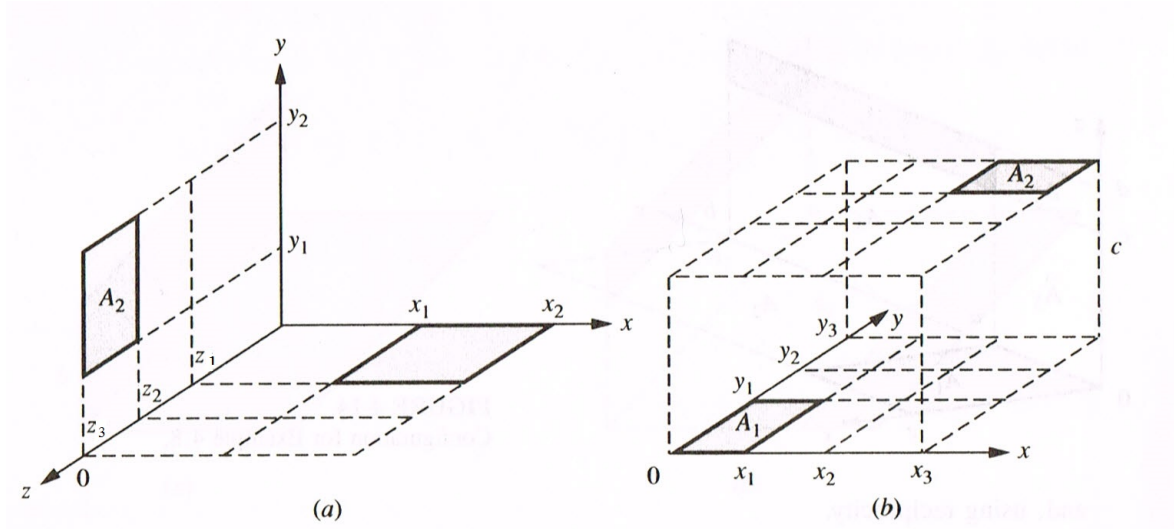


Figura 3.12: Fatores de forma entre retângulos, (a) superfícies em planos perpendiculares, (b) superfícies em planos paralelos [26].

$$\begin{aligned}
 4 \cdot A_1 \cdot F_{1-2} = & f(x_3, y_3) - f(x_3, y_2) - f(x_3, y_3 - y_1) + f(x_3, y_2 - y_1) \\
 & - [f(x_2, y_3) - f(x_2, y_2) - f(x_2, y_3 - y_1) + f(x_2, y_2 - y_1)] \\
 & - [f(x_3 - x_1, y_3) - f(x_3 - x_1, y_2) - f(x_3 - x_1, y_3 - y_1) + f(x_3 - x_1, y_2 - y_1)] \\
 & - f(x_2 - x_1, y_3) - f(x_2 - x_1, y_2) - f(x_2 - x_1, y_3 - y_1) + f(x_2 - x_1, y_2 - y_1)
 \end{aligned} \quad (3.30)$$

onde $f(a, b) = A_1 \cdot F_{1-2}$, A_1 é a área que os pontos a e b formam, e F_{1-2} representa o fator de forma entre dois retângulos diretamente opostos e paralelos, e pode-se calcular como

$$\begin{aligned}
 F_{1-2} = & \frac{2}{\pi \cdot X \cdot Y} \cdot \left\{ \ln \left[\frac{(1 + X^2) \cdot (1 + Y^2)}{1 + X^2 + Y^2} \right]^{1/2} + X \cdot \sqrt{1 + Y^2} \cdot \tan^{-1} \frac{X}{\sqrt{1 + Y^2}} \right. \\
 & \left. + Y \cdot \sqrt{1 + X^2} \cdot \tan^{-1} \frac{Y}{\sqrt{1 + X^2}} - X \cdot \tan^{-1} X - Y \cdot \tan^{-1} Y \right\}
 \end{aligned} \quad (3.31)$$

em que $X = a/c$ e $Y = b/c$, onde a e b são o comprimento e a largura que definem o tamanho do retângulo, enquanto c é igual a d_z , calculado pela Expressão 3.27.

A título de exemplo demonstra-se o primeiro passo para o cálculo de F_{2i-8} , no qual se usou a Expressão 3.31, e ficou-se com

$$\begin{aligned}
4 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{2i-8} &= f(3a, 2b) - f(3a, b) - f(3a, b) + 0 \\
&- [f(2a, 2b) - f(2a, b) - f(2a, b) + 0] \\
&- [f(2a, 2b) - f(2a, b) - f(2a, b) + 0] \\
&+ f(a, 2b) - f(a, b) - f(a, b) + 0
\end{aligned} \tag{3.32}$$

Por sua vez cada uma das funções dentro da Expressão 3.32 foi desenvolvida usando a Expressão 3.31, até se obter um valor para F_{2i-8} . Realizou-se o mesmo processo para todos os outros elementos em planos paralelos, excetuando F_{2i-2} , para o qual chegava usar a Expressão 3.31, mas nem isso foi necessário pois nas equações da radiosidade (Sub-Secção 3.6.2) os elementos diretamente opostos anulam-se, o que torna o cálculo desses fatores de forma desnecessário.

Fatores de forma para placas perpendiculares

Para os elementos perpendiculares utilizou-se a Expressão 3.34, e analisou-se em conjunto a Figura 3.12 a) [26].

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_1 \cdot F_{1-2} &= f(x_2, y_2, z_3) - f(x_2, y_1, z_3) - f(x_1, y_2, z_3) + f(x_1, y_1, z_3) \\
&- f(x_1, y_2, z_2) - f(x_1, y_1, z_2) - f(x_2, y_2, z_2) + f(x_2, y_1, z_2) \\
&- f(x_2, y_2, z_3 - z_1) + f(x_2, y_1, z_3 - z_1) + f(x_1, y_2, z_3 - z_1) - f(x_1, y_1, z_3 - z_1) \\
&+ f(x_2, y_2, z_2 - z_1) - f(x_2, y_1, z_2 - z_1) - f(x_1, y_2, z_2 - z_1) + f(x_1, y_1, z_2 - z_1)
\end{aligned} \tag{3.33}$$

De maneira similar às placas paralelas, $f(w, h, l) = A_1 \cdot F_{1-2}$, A_1 é a área que os pontos w e l formam, e F_{1-2} o fator de forma entre dois retângulos perpendiculares com uma aresta em comum, como dado pela Expressão 3.34.

$$\begin{aligned}
F_{1-2} = & \frac{1}{\pi \cdot W} \cdot \left(W \cdot \tan^{-1} \frac{1}{W} + H \cdot \tan^{-1} \frac{1}{H} - \sqrt{H^2 + W^2} \right. \\
& \cdot \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{H^2 + W^2}} + \frac{1}{4} \cdot \left\{ \frac{(1 + W^2) \cdot (1 + H^2)}{1 + W^2 + H^2} \right. \\
& \cdot \left. \left[\frac{W^2 \cdot (1 + W^2 + H^2)}{(1 + W^2) \cdot (W^2 + H^2)} \right]^{W^2} \cdot \left[\frac{H^2 \cdot (1 + H^2 + W^2)}{(1 + H^2) \cdot (H^2 + W^2)} \right]^{H^2} \right\} \left. \right) \quad (3.34)
\end{aligned}$$

em que $H = h/l$ e $W = w/l$, onde h e w são o comprimento dos retângulos perpendiculares, e l a sua largura.

Demonstra-se o uso da Expressão 3.34 para o cálculo de F_{3i-9}

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{3i-9} = & f(2w, h, 3l) - 0 - f(w, h, 3l) + 0 \\
& + f(w, h, 2l) - 0 - f(2w, h, 2l) + 0 \\
& - f(2w, h, 2l) + 0 + f(w, h, 2l) - 0 \\
& + f(2w, h, l) - 0 - f(w, h, l) + 0 \quad (3.35)
\end{aligned}$$

Chegou-se a um valor final para o fator de forma F_{3i-9} , desenvolvendo as funções presentes na Expressão 3.35, recorrendo-se à Expressão 3.34. Todos os fatores de forma envolvendo elementos em situação idêntica, em perpendicularidade, foram calculados pela mesma metodologia.

Fatores de forma equivalentes

Evitou-se calcular todos os fatores de forma como demonstrado anteriormente devido à complexidade dos processos de cálculo, e ao número de fatores de forma envolvidos. Assim, recorreu-se à relação de reciprocidade, e à semelhança geométrica entre os elementos e o seu posicionamento relativo, e ainda à regra da soma, para calcular os restantes fatores de forma. A relação de reciprocidade, como a Expressão 3.36 indica, permitiu obter todos os fatores de forma recíprocos aos calculados pela metodologia anterior, visto que as áreas dos elementos e base são previamente conhecidas [22].

$$A_i \cdot F_{ij} = A_j \cdot F_{ji} \quad (3.36)$$

As condições que permitiram reduzir em mais de metade o número necessário de fatores de forma calculados pelas Expressões 3.31 e 3.34, foram a semelhança entre dimensões e posicionamento dos elementos no setor de sistema alhetado. Como exemplo, tomou-se um dos mais simples de se observar pela Figura 3.11, ou seja, o fator de forma F_{2i-3} vai ter o mesmo valor que o fator de forma F_{3i-4} , F_{6i-7} , etc, e ainda o mesmo valor que F_{4i-3} , F_{8i-7} , etc. No entanto, todos os fatores de forma da base para os restantes elementos, foram calculados recorrendo à Expressão 3.34, e os recíprocos foram calculados pela Expressão 3.36, pois todos os elementos têm posições diferentes em relação à base. Finalmente, através do conhecimento do valor de todos os fatores de forma de cada um dos elementos, calcularam-se os fatores de forma dos elementos para a vizinhança através da regra da soma [22], a qual estabelece que

$$\sum_{j=1}^N F_{ij} = 1 \quad (3.37)$$

As restantes expressões dos fatores de forma para cada elemento e base, que recorreram às Expressões 3.31 e 3.34, remeteram-se para o Anexo A.

3.6.2 Cálculo da radiosidade

Os valores da radiosidade são necessários para calcular a troca de calor por radiação entre superfícies, mas conhecer a radiosidade de uma superfície requer que se conheça a radiosidade de todas as superfícies na cavidade em consideração (neste caso a cavidade é a sala onde o módulo LED e respetivo sistema alhetado estiverem instalados). Assim, o valor da radiosidade de todos os elementos envolvidos foi calculado pela Expressão 3.38, que se usou uma vez para cada elemento e para a base do módulo, e exigiu a resolução do sistema de equações para todas as radiosidades [22].

$$\frac{E_{cn,i} - J_i}{(1 - \varepsilon_i) / \varepsilon_i \cdot A_i} = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{(A_i F_{ij})^{-1}} \quad (3.38)$$

O setor do sistema alhetado em estudo no modelo tem doze elementos mais a base, o que perfaz um total de treze superfícies, o que consequentemente resulta em treze expressões da radiosidade. Nesta Sub-Secção demonstra-se o desenvolvimento da Expressão 3.38 para um elemento na extensão de alheta, o que resultou na Expressão 3.39 para o elemento número quatro

$$\begin{aligned}
\frac{E_{cn,4} - J_4}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,alh}} &= \frac{J_4 - E_{cn,viz}}{(A_{int,alh} \cdot F_{4i-viz})^{-1}} + \frac{J_4 - J_1}{(A_{int,alh} \cdot F_{4i-1})^{-1}} \\
&+ \frac{J_4 - J_2}{(A_{int,alh} \cdot F_{4i-2})^{-1}} + \frac{J_4 - J_3}{(A_{int,alh} \cdot F_{4i-3})^{-1}} + \frac{J_4 - J_5}{(A_{int,alh} \cdot F_{4i-5})^{-1}} \\
&+ \frac{J_4 - J_6}{(A_{int,alh} \cdot F_{4i-6})^{-1}} + \frac{J_4 - J_7}{(A_{int,alh} \cdot F_{4i-7})^{-1}} + \frac{J_4 - J_8}{(A_{int,alh} \cdot F_{4i-8})^{-1}} \\
&+ \frac{J_4 - J_9}{(A_{int,alh} \cdot F_{4i-9})^{-1}} + \frac{J_4 - J_{10}}{(A_{int,alh} \cdot F_{4i-10})^{-1}} + \frac{J_4 - J_{11}}{(A_{int,alh} \cdot F_{4i-11})^{-1}} \\
&+ \frac{J_4 - J_{12}}{(A_{int,alh} \cdot F_{4i-12})^{-1}} + \frac{J_4 - J_{base}}{(A_{int,alh} \cdot F_{4i-base})^{-1}} \quad (3.39)
\end{aligned}$$

e na Expressão 3.40 para um elemento no cilindro central, neste caso para o elemento número nove.

$$\begin{aligned}
\frac{E_{cn,9} - J_9}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} &= \frac{J_9 - E_{cn,viz}}{(A_{int,cc} \cdot F_{9i-viz})^{-1}} + 2 \cdot \left[\frac{J_9 - J_2}{(A_{int,cc} \cdot F_{9i-2})^{-1}} \right] \\
&+ 2 \cdot \left[\frac{J_9 - J_3}{(A_{int,cc} \cdot F_{9i-3})^{-1}} \right] + 2 \cdot \left[\frac{J_9 - J_4}{(A_{int,cc} \cdot F_{9i-4})^{-1}} \right] + 2 \cdot \left[\frac{J_9 - J_6}{(A_{int,cc} \cdot F_{9i-6})^{-1}} \right] \\
&+ 2 \cdot \left[\frac{J_9 - J_7}{(A_{int,cc} \cdot F_{9i-7})^{-1}} \right] + 2 \cdot \left[\frac{J_9 - J_8}{(A_{int,cc} \cdot F_{9i-8})^{-1}} \right] + 2 \cdot \left[\frac{J_9 - J_{10}}{(A_{int,cc} \cdot F_{9i-10})^{-1}} \right] \\
&+ 2 \cdot \left[\frac{J_9 - J_{11}}{(A_{int,cc} \cdot F_{9i-11})^{-1}} \right] + 2 \cdot \left[\frac{J_9 - J_{12}}{(A_{int,cc} \cdot F_{9i-12})^{-1}} \right] + \frac{J_9 - J_{base}}{(A_{int,cc} \cdot F_{9i-base})^{-1}} \quad (3.40)
\end{aligned}$$

O valor da radiosidade da vizinhança, em todas as expressões da radiosidade, vai ser igual à emissividade da vizinhança como um corpo negro ($J_{viz} = E_{cn,viz}$), pois a superfície da vizinhança é muito maior quando comparada com a dos elementos em análise, o que faz com que possa ser tratada como um corpo negro [22]. As expressões de radiosidade para os elementos do cilindro central e para a base têm um fator de multiplicação de dois para as partes do somatório que visam os elementos na extensão de alheta (Expressão 3.40), visto que estas superfícies trocam radiação com dois elementos idênticos, um em cada extensão de alheta.

Os valores da radiosidade aquando da utilização do software Matlab foram obtidos recorrendo a uma função chamada "fsolve"¹, que tenta resolver as equações pela forma

¹A função "fsolve" do software Matlab possibilita, entre outras opções, a resolução de sistemas de equações não-lineares.

$f(x) = 0$, dando valores às incógnitas nas equações até estas serem iguais a zero, ou muito perto disso, e devolvendo essas incógnitas posteriormente. As restantes expressões da radiação para cada elemento e base remeteram-se para o Anexo B.

3.7 Conservação da energia no ar interior

A 1ª Lei da Termodinâmica enuncia que a energia total de um sistema é conservada, e a quantidade de energia desse sistema só é alterada se alguma energia cruzar a sua fronteira. Recorrendo-se à equação da conservação da energia [22]

$$\Delta \dot{E}_{acu} = \dot{E}_{ent} - \dot{E}_{sai} + \dot{E}_g \quad (3.41)$$

que para um escoamento permanente toma a forma [27]

$$0 = \dot{Q} + \dot{W} + \sum_{ent} \dot{m} \cdot \left(h + \frac{1}{2} \cdot v^2 + g \cdot z \right) - \sum_{sai} \dot{m} \cdot \left(h + \frac{1}{2} \cdot v^2 + g \cdot z \right) \quad (3.42)$$

onde \dot{Q} e \dot{W} representam a taxa líquida de transferência de calor e trabalho, respetivamente, sob a forma de potência, através da fronteira do volume de controlo. Não há potências mecânicas envolvidas, e não existem variações de energia cinética e potencial a registar. Assim, ao desenvolver a equação de conservação de energia fica-se com

$$\dot{Q}_{transf} = \dot{m}_{sai} \cdot C_p \cdot T_{sai} - \dot{m}_{ent} \cdot C_p \cdot T_{ent} \quad (3.43)$$

onde os caudais de ar foram calculados na Sub-Secção 3.5.3, e o calor específico a pressão constante (C_p) considerou-se ser igual a 1008 [J/(kg · K)] para todas as temperaturas do ar envolvidas. O valor líquido do calor transferido para cada volume de controle, que são os elementos no ar interior, é igual à diferença entre a energia que sai do elemento e a energia que entra no elemento. A Expressão 3.43 aplica-se a um escoamento unidimensional, e, por isso, as expressões globais de transferência de calor para os elementos no ar interior têm a Expressão 3.43 aplicada para englobar ambas as direções horizontal e vertical.

3.8 Modelação do processo global de transferência de calor

Nesta secção apresentam-se as expressões finais que estabelecem a conservação de energia para cada elemento no ar interior e no alumínio, provenientes das taxas de transferência de calor explicitadas nas secções anteriores. Contudo, falta ainda analisar a influência do calor gerado pelo módulo LED, e na Sub-Secção 3.8.1 quantifica-se esse calor, que se acrescenta às expressões finais dos elementos em contacto com o *TIM*. Explica-se ainda a utilização do método de relaxação e o processo iterativo usado para resolução dos sistemas de equações do modelo.

3.8.1 Transferência de calor na base do módulo LED

A potência térmica máxima (P) libertada pelo módulo LED vai ser distribuída pela área total da base do sistema alhetado de arrefecimento, dando origem a uma taxa de transferência de calor por metro quadrado (fluxo de calor). Porém, antes disso tem que se subtrair à potência térmica máxima gerada no módulo o calor que é dissipado pela sua base. A base do módulo, em alumínio, dissipa calor por radiação, convecção, e por condução para o *TIM*, e deste para o sistema alhetado. O calor dissipado por radiação é calculado como

$$Q_{rad,base} = \frac{E_{cn,base} - J_{base}}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{base}} \quad (3.44)$$

em que a área da base assume a forma da Expressão 3.46, e simplifica-se calculando previamente o comprimento da base em contacto com o ar (Expressão 3.45).

$$L_{base} = \frac{D_{base} - 2 \cdot R_{cc}}{2} \quad (3.45)$$

$$A_{base} = \frac{\pi \cdot \left(\frac{D_{base}}{2}\right)^2 - \pi \cdot R_{cc}^2}{N_a} - (\delta \cdot L_{base}) \quad (3.46)$$

O calor total removido da base por convecção é dependente do diâmetro desta (D_{base}), visto que vai determinar o número de coeficientes de transferência de calor por convecção diferentes a que a base está exposta.

Tornou-se necessário criar um conjunto de condições que permitissem calcular um valor aproximado do calor dissipado por convecção pela base. Primeiro calcularam-se os

calores dissipados por convecção pela base para as três áreas *verticais* e para o caso do comprimento da base (L_{base}) ser superior ao comprimento da extensão de alheta (L), quer a superfície da base esteja em contacto com estas ou não. Assim, por ordem de comprimento da base menor para o maior tem-se

$$Q_{conv,base \rightarrow ar2} = h_{ar2} \cdot A_{vert3} \cdot (T_{base} - T_{ar,2}) \quad (3.47)$$

$$Q_{conv,base \rightarrow ar3} = h_{ar3} \cdot A_{vert2} \cdot (T_{base} - T_{ar,3}) \quad (3.48)$$

$$Q_{conv,base \rightarrow ar4} = h_{ar4} \cdot A_{vert1} \cdot (T_{base} - T_{ar,4}) \quad (3.49)$$

$$Q_{conv,base \rightarrow amb} = h_{amb} \cdot [A_{base} - (A_{vert3} + A_{vert2} + A_{vert1})] \cdot (T_{base} - T_{amb}) \quad (3.50)$$

onde a temperatura da base (T_{base}) para a primeira iteração do modelo desenvolvido é igual à temperatura crítica de funcionamento do módulo LED (T_c), e nas seguintes iterações é igual à temperatura no módulo LED ($T_{módulo}$), a principal variável de saída, obtida pela Expressão 3.68. Verificaram-se quais as Expressões 3.47, 3.48, 3.49 e 3.50 são adicionadas à dissipação de calor da base por radiação (Expressão 3.44), com o propósito de calcular o calor transferido para o sistema alhetado, pelas seguintes condições

$$L_{base} \leq R_{cc} \quad (3.51)$$

$$R_{cc} < L_{base} \leq 2 \cdot x \quad (3.52)$$

$$2 \cdot x < L_{base} \leq 4 \cdot x \quad (3.53)$$

$$4 \cdot x < L_{base} \leq 6 \cdot x \quad (3.54)$$

$$L_{base} > 6 \cdot x \quad (3.55)$$

Se o comprimento da base for menor que o raio do cilindro central, nenhuma das ex-

pressões do calor dissipado por convecção pela base é considerada. Se o comprimento da base for maior que o raio do cilindro central e menor que o comprimento de um elemento na extensão de alheta (Expressão 3.52), considera-se a respetiva expressão para esse segmento de extensão de alheta (Expressão 3.47). O raciocínio é o mesmo para as restantes condições, assumindo-se um valor máximo de dissipação de calor por convecção da base quando o comprimento desta é maior que a própria extensão de alheta ($L_{base} > 6 \cdot x$), onde são consideradas todas as expressões convectivas (Expressão 3.47, 3.48, 3.49 e 3.50).

Finalmente, dispõe-se de todos os dados para calcular o calor que chega ao sistema alhetado. O calor previamente dissipado pela base do módulo vem

$$Q_{diss,base} = N_a \cdot (Q_{rad,base} + Q_{conv,base-ar2} + Q_{conv,base-ar3} + Q_{conv,base-ar4} + Q_{conv,base-amb}) \quad (3.56)$$

tendo-se em consideração as condições das Expressões 3.51 a 3.55, de forma a saber quais os calores transferidos por convecção a considerar na Expressão 3.56. O calor previamente removido pela base é retirado à potência térmica máxima gerada no módulo, ou seja

$$P_{sistema} = P - Q_{diss,base} \quad (3.57)$$

o que resulta na potência térmica que realmente se dissipa por condução para o sistema alhetado, que posteriormente se divide por cada elemento na base do sistema alhetado. Antes disso, calculou-se a potência térmica transferida por metro quadrado, ficando-se com

$$P''_{sistema} = \frac{P_{sistema}}{N_a \cdot (A_{base,cc} + 3 \cdot A_{base,alh})} \quad (3.58)$$

Conhecida a taxa de transferência de calor por metro quadrado, calculam-se os valores das potências térmicas que dão entrada para um elemento no cilindro central e na extensão de alheta, situados na base do sistema alhetado

$$Q_{base,cc} = P''_{sistema} \cdot A_{base,cc} \quad (3.59)$$

$$Q_{base,alh} = P''_{sistema} \cdot A_{base,alh} \quad (3.60)$$

em que se assume que o fluxo de entrada de calor é o mesmo para os dois elementos.

3.8.2 Expressões finais do balanço energético para os vários elementos

As expressões finais de cada elemento têm em conta todos os processos de transferência de calor analisados no Capítulo 3. As expressões são apresentadas traduzindo a igualdade nas transferências de calor, ou seja, para a Expressão 3.61, o calor que entra no elemento por condução vai ser igual ao calor transmitido por condução para os elementos posteriores mais o calor dissipado por convecção e radiação. No entanto, a matriz formada pelas vinte e uma expressões, nove para o ar e doze para o alumínio (Figura 3.4), teve as expressões colocadas na forma $f(x) = 0$, tal como aconteceu anteriormente para a radiosidade, e pelos mesmos motivos. Uma expressão para o ar e outra para o alumínio são apresentadas, e as restantes remeteram-se para o Anexo C. A expressão para o elemento número cinco, pertencente ao cilindro central do sistema alhetado em alumínio, tem a forma geral

$$Q_{cond,1 \rightarrow 5} = Q_{cond,5 \rightarrow 9} + Q_{cond,5 \rightarrow 6} + Q_{rad,5} + Q_{conv,5 \rightarrow ar,6} \quad (3.61)$$

e expandindo os termos da Expressão 3.61, fica-se com

$$\begin{aligned} k_{Al} \cdot A_{base,cc} \cdot \frac{T_1 - T_5}{2 \cdot y} &= k_{Al} \cdot A_{base,cc} \cdot \frac{T_5 - T_9}{2 \cdot y} + k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_5 - T_6}{\frac{R_{cc}}{2} + x} \\ &+ \frac{E_{cn,5} - J_5}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} + h_{ar,6} \cdot A_{int,cc} \cdot (T_5 - T_{ar,6}) \end{aligned} \quad (3.62)$$

A Figura 3.13 mostra as parcelas de transferência de calor consideradas na Expressão 3.61, assim como as áreas envolvidas em cada uma dessas parcelas.

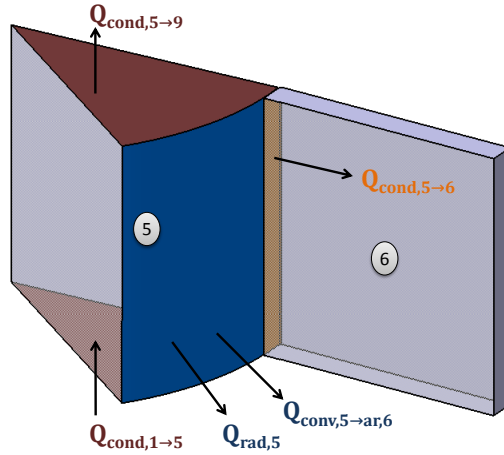


Figura 3.13: Transferência de calor no elemento número cinco.

As expressões finais dos elementos no alumínio não são todas idênticas e existem diferenças para o caso dos elementos pertencerem ao cilindro central ou à extensão de alheta. Os elementos no alumínio nas extremidades do sistema alhetado (elementos número quatro, oito, nove, dez, onze e doze da Figura 3.4), tiveram em consideração as faces expostas à convecção, que são as mesmas utilizadas nas equações da condução (Figura 3.6). De referir também que o coeficiente de transferência de calor por convecção utilizado para a convecção nas faces de área lateral ($A_{l,alh}$) foi o calculado para o ar ambiente (h_{amb}), mas o coeficiente utilizado nas faces de topo do sistema alhetado, que têm área de base dos elementos ($A_{base,cc}$ e $A_{base,alh}$), foi o calculado para o ar interior junto a essa face, devido à supremacia deste ar interior em relação ao ar ambiente na zona atmosférica imediatamente por cima do sistema alhetado. As expressões para os elementos no alumínio em contacto com o *TIM* (elementos número um, dois, três e quatro) abarcam a potência térmica recebida do módulo LED (Expressões 3.59 e 3.60).

A expressão para um elemento no ar interior, neste caso o elemento número quatro, fica

$$Q_{cond,amb \rightarrow ar,4} + 2 \cdot Q_{conv,4 \rightarrow ar,4} + Q_{transf,hor} + Q_{conv,base \rightarrow ar,4} = Q_{cond,ar,4 \rightarrow ar,3} + Q_{cond,ar,4 \rightarrow ar,8} + Q_{transf,vert} \quad (3.63)$$

que expandida toma a forma

$$\begin{aligned}
& k_{ar,4} \cdot A_{hor1} \cdot \frac{T_{amb} - T_{ar,4}}{2 \cdot x} + 2 \cdot [h_{ar,4} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_4 - T_{ar,4})] + \dot{m}_{4,ent-lado} \cdot C_p \cdot T_{amb} \\
& + h_{ar,4} \cdot A_{vert1} \cdot (T_{base} - T_{ar,4}) = k_{ar,4} \cdot A_{hor2} \cdot \frac{T_{ar,4} - T_{ar,3}}{2 \cdot x} + k_{ar,4} \cdot A_{vert1} \cdot \frac{T_{ar,4} - T_{ar,8}}{2 \cdot y} \\
& + \dot{m}_{4,sai-lado} \cdot C_p \cdot T_{ar,4} + \dot{m}_{4,sai-cima} \cdot C_p \cdot T_{ar,4}
\end{aligned} \tag{3.64}$$

A Figura 3.14 indica os termos de transferência de calor considerados na expressão do elemento quatro, tal como as áreas por onde se transmite o calor. A superfície superior da figura foi movimentada para cima, de modo a ser visível o seu interior.

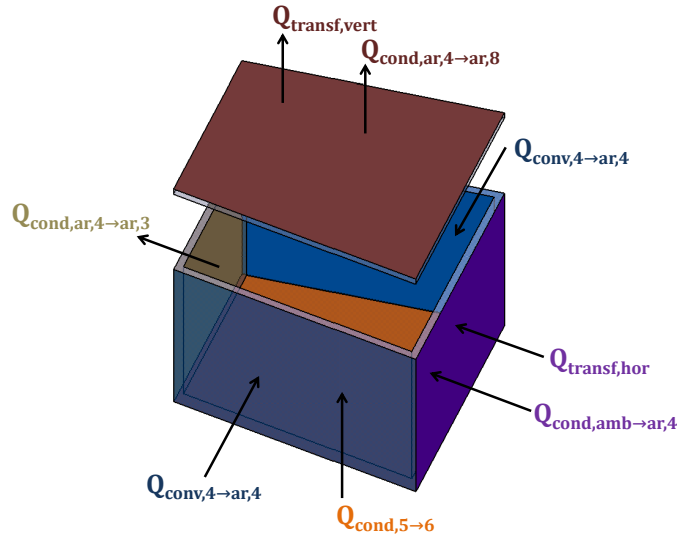


Figura 3.14: Transferência de calor no elemento número quatro do ar interior.

Nas expressões para os elementos no ar interior considerou-se o calor removido por convecção multiplicado por um fator de dois, pois ambas as faces dos elementos na extensão de alheta libertam calor por convecção para o ar interior. Tal como para os elementos no alumínio, as expressões finais para os diferentes elementos no ar são distintas. No caso dos elementos junto ao cilindro central, para além do calor convectivo recebido pelas duas extensões de alheta envolventes (presente em todas as expressões para o ar interior), existe ainda transferência de calor por convecção por parte dos elementos no cilindro central. O resultado das Expressões 3.47, 3.48 e 3.49, conforme as condições das Expressões 3.51 a 3.55, também foi adicionado às respetivas expressões totais de transferência de calor dos

elementos no ar junto à base do módulo LED. Finalmente, não foi considerada transferência de calor por condução a sair dos elementos no ar interior no topo do sistema alhetado, devido ao efeito de advecção dominante na saída, ou seja, o movimento global do fluido vindo do ar interior domina qualquer influência do ar ambiente, tornando o cálculo dessa transferência de calor por condução irrelevante.

3.8.3 Método de relaxação e processo iterativo

Antes de se dar início ao processo iterativo de resolução do modelo desenvolvido, atribuíram-se valores às temperaturas necessárias para os cálculos do Capítulo 3, necessárias também para resolver as equações da radiosidade e dos processos totais de transferência de calor, que requerem uma estimativa inicial dos valores que se vão calcular. Estas temperaturas estimadas têm origem em duas variáveis de entrada, a temperatura crítica do módulo LED e a temperatura ambiente. A temperatura dos elementos no alumínio sofre pequeníssimas alterações devido à sua alta condutividade térmica [31]. Assim, criou-se uma matriz de temperaturas estimadas para os vinte e um elementos que se pode aplicar para qualquer tipo de parâmetros de entrada escolhidos, e que terá o mínimo de influência nos resultados finais.

$$T_{estimado} = \begin{bmatrix} T_{ar,4} & T_{ar,3} & T_{ar,2} \\ T_{ar,8} & T_{ar,7} & T_{ar,6} \\ T_{ar,12} & T_{ar,11} & T_{ar,10} \\ T_1 & T_2 & T_3 \\ T_4 & T_5 & T_6 \\ T_7 & T_8 & T_9 \\ T_{10} & T_{11} & T_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{amb} + 9 & T_{amb} + 15 & T_{amb} + 19 \\ T_{amb} + 10 & T_{amb} + 16 & T_{amb} + 20 \\ T_{amb} + 11 & T_{amb} + 17 & T_{amb} + 21 \\ T_c - 3,5 & T_c - 3,5 & T_c - 3,5 \\ T_c - 3,6 & T_c - 3,5 & T_c - 3,5 \\ T_c - 3,5 & T_c - 3,6 & T_c - 3,5 \\ T_c - 3,6 & T_c - 3,6 & T_c - 3,6 \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

Na Sub-Secção 3.6.2 explicou-se a necessidade de recorrer à função "fsolve" para obter os valores da radiosidade. Por isso, teve de se introduzir na função uma estimativa inicial da radiosidade, que foi calculada como

$$J_{estimado} = \sigma \cdot T_{Al,estimado}^4 \cdot \varepsilon_{Al} \quad (3.66)$$

onde $T_{Al,estimado}$ representa uma matriz das temperaturas absolutas estimadas na Expressão 3.65, mas somente para os elementos no alumínio, pois são apenas estes os intervenientes na transferência de calor por radiação.

Utilizou-se para resolução do modelo desenvolvido alguma subrelaxação, que permitiu conter as oscilações dos valores das variáveis de iteração para iteração, e assim promover a convergência rumo à solução, permitindo obter variáveis de saída coerentes e próximas do previsto, como se explica na Secção 4.4. O método consiste na fórmula

$$T_{atuais} = \alpha \cdot T_{novos} + (1 - \alpha) \cdot T_{velhos} \quad (3.67)$$

em que todos as matrizes de temperatura (T_{velhos} , T_{novos} e T_{atuais}) têm o mesmo formato que $T_{estimado}$. A matriz T_{velhos} foi obtida após uma primeira iteração do modelo com valores de temperaturas de entrada iguais a $T_{estimado}$. Depois de uma nova iteração com valores de entrada iguais a T_{velhos} , obteve-se a matriz T_{novos} . A partir destas primeiras duas iterações, começou-se a usar o método de relaxação, que calcula uma nova matriz de temperaturas (T_{atuais}). Na iteração seguinte esta matriz T_{atuais} passa a ser a matriz T_{velhos} , e o que resulta desta a matriz T_{novos} , e assim consecutivamente para todas as iterações realizadas. Pretende-se com este método que os resultados não variem muito de iteração em iteração, e promover a convergência na obtenção da solução. O valor de α (fator de relaxação) está compreendido entre 0 e 1, e quanto mais perto do valor 1 for menos influência tem o método de relaxação. O modelo desenvolvido não conduziu a valores da matriz de temperaturas convergentes a cada iteração realizada, e por isso utilizou-se um valor de α baixo ($\alpha = 0.26$), que se obteve após testes ao modelo, e permitiu a desejada convergência. Uma vez atingida a convergência, a solução é independente do fator de relaxação α , pois nesse caso $T_{atuais} \approx T_{novos} \approx T_{velhos}$.

A principal variável de saída do modelo é a temperatura a que o módulo vai operar com o sistema alhetado selecionado, e corresponde ao maior valor de temperatura nos elementos em contacto com o TIM e, como se esperava, este será sempre o valor de temperatura do elemento no cilindro central (T_1). Na Expressão 3.68, o efeito da resistência condutiva do TIM é contabilizada, e daí resulta a temperatura no módulo LED.

$$T_{módulo} = \frac{P''_{sistema} \cdot \delta_{TIM}}{k_{TIM}} + T_1 \quad (3.68)$$

A temperatura do módulo LED também foi iterada ao longo do modelo, devido à sua influência no processo de transferência de calor por radiação, e na taxa de calor que se considerou a entrar no sistema alhetado.

A massa total do sistema alhetado foi calculada como

$$m_{total} = V \cdot \rho_{Al} \quad (3.69)$$

em que o volume total do sistema alhetado (V) foi calculado pela expressão

$$V = \left[\left(\pi \cdot R_{cc}^2 \right) + N_a \cdot 6 \cdot x \cdot \delta \right] \cdot 6 \cdot y \quad (3.70)$$

Finalmente, reuniram-se todas as condições necessárias para correr o modelo, explicitado em modo de fluxograma na Figura 3.5.

Capítulo 4

Análise e melhoria de resultados

4.1 Introdução

Neste capítulo apresentam-se os resultados gerados pelo modelo, que foi criado com base na análise numérica detalhada no Capítulo 3.

Estudou-se a influência da alteração dos valores das variáveis de entrada do modelo, e procurou-se melhorar os parâmetros de entrada para o sistema alhetado consoante o módulo LED em análise.

Pretendeu-se ainda validar o modelo comparando resultados com os de artigos publicados sobre esta matéria, devido a não ter sido efetuado nenhum ensaio experimental, e assim utilizar o modelo para diferentes parâmetros de entrada com fidedignidade.

4.2 Apresentação de resultados

Introduziu-se toda a análise numérica presente no modelo desenvolvido num software que permitisse tanto encontrar soluções para as equações do modelo como usar métodos iterativos. Estes softwares permitem variar os parâmetros de entrada e verificar as consequentes alterações nos resultados, num processo rápido e eficaz. Devido à experiência previamente adquirida com o software Matlab, como referido anteriormente, optou-se pela sua utilização.

Existe um considerável número de variáveis de saída no modelo desenvolvido que não representam nova informação, e, por isso, somente a Figura 4.1 contém estes valores de temperatura, enquanto nas restantes se mostram os parâmetros de saída mais importantes,

ou seja, a temperatura a que o módulo LED opera e a massa de material do sistema alhetado. A Figura 4.1 e a tabela com os valores a que deu origem (Tabela 4.1) foram construídas com a intenção de servirem maioritariamente como exemplo de uma amostra dos valores de todas as temperaturas resultantes do modelo desenvolvido. Os parâmetros de entrada da Tabela 4.1 são referentes ao módulo LED da PHILIPS de 3000 lúmen, para uma temperatura ambiente de 35°C . Na mesma tabela, os valores das variáveis dimensionais que definem o sistema alhetado foram selecionados aleatoriamente dentro de um intervalo de valores considerado normal para cada uma das variáveis.

Tabela 4.1: Parâmetros de entrada para um exemplo dos testes realizados.

Parâmetros de entrada		
Variáveis	Valor	Unidades
T_{amb}	35	$^{\circ}\text{C}$
P	19.2	W
T_c	65	$^{\circ}\text{C}$
D_{base}	8.3	cm
L	6.0	cm
H	3.0	cm
N_a	30	
δ	2.0	mm
R_{cc}	1.0	cm

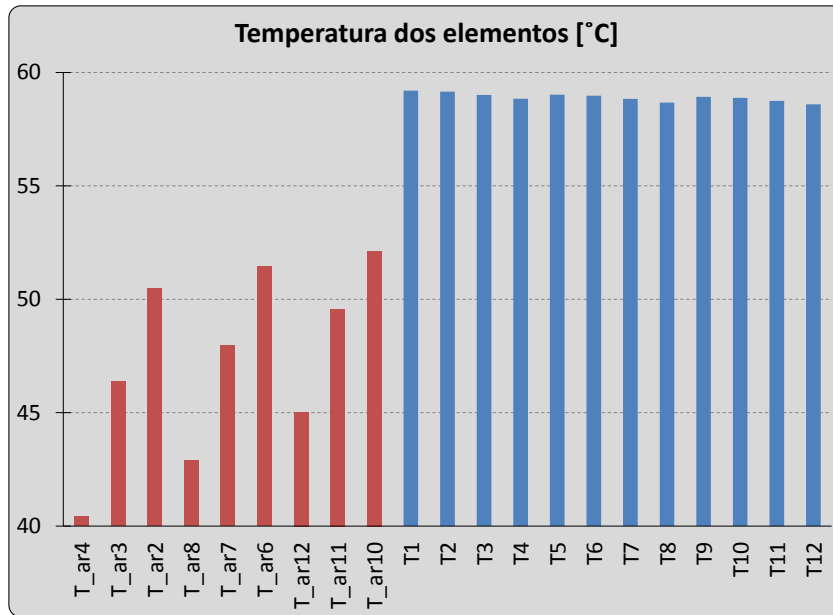


Figura 4.1: Temperatura dos elementos correspondentes aos parâmetros de entrada da Tabela 4.1.

Nas restantes tabelas expõem-se os valores obtidos da análise de diferentes geometrias de sistemas alhetados e temperaturas ambiente, aplicados a módulos LED distintos. As variáveis de entrada relativas ao módulo LED escolheram-se pelo catálogo da PHILIPS "Fortimo LED downlight system (DLM Gen4)", que contém três módulos de lâmpadas LED de última geração que emitem diferentes lúmen. Os valores de entrada para os parâmetros que definiram o sistema alhetado foram escolhidos com base na potência térmica máxima do módulo LED em análise, evitando-se obter resultados muito distantes do pretendido. A temperatura ambiente variou-se entre valores que se consideram admissíveis, tendo-se em consideração que a diferença entre o valor da temperatura ambiente e a temperatura crítica de funcionamento do módulo, não pode exceder os 35°C [12].

Tabela 4.2: Exemplo de resultados para o módulo LED da PHILIPS de 1100 lúmen com T_{amb} de $40^{\circ}C$.

Parâmetros de entrada					
Variáveis	Valores				Unidades
T_{amb}	40				$^{\circ}C$
P	7.2				W
T_c	65				$^{\circ}C$
D_{base}	8.3				cm
L	2.5		4.0		cm
H	1.5	3.5	2.0	4.5	cm
N_a	20	40	30	15	
δ	1.0	1.5	2.0	0.5	mm
R_{cc}	1.5	0.5	1.0	2.0	cm
Parâmetros de saída					
$T_{módulo}$	90.43	n/a	61.87	56.92	$^{\circ}C$
m_{total}	48.8	n/a	146.4	188.9	g

Tabela 4.3: Exemplo de resultados para o módulo LED da PHILIPS de 2000 lúmen com T_{amb} de $35^{\circ}C$.

Parâmetros de entrada					
Variáveis	Valores				Unidades
T_{amb}	35				$^{\circ}C$
P	12.1				W
T_c	65				$^{\circ}C$
D_{base}	8.3				cm
L	3.0		5.0		cm
H	2.0	3.5	2.5	5.0	cm
N_a	30	25	50	20	
δ	1.5	1.0	0.75	2.0	mm
R_{cc}	1.0	2.0	0.75	1.5	cm
Parâmetros de saída					
$T_{módulo}$	80.22	64.49	63.99	51.80	$^{\circ}C$
m_{total}	89.8	189.4	138.3	365.0	g

Tabela 4.4: Exemplo de resultados para o módulo LED da PHILIPS de 3000 lúmen com T_{amb} de $30^{\circ}C$.

Parâmetros de entrada					
Variáveis	Valores				Unidades
T_{amb}	30				$^{\circ}C$
P	19.2				W
T_c	65				$^{\circ}C$
D_{base}	8.3				cm
L	4.5		6.0		cm
H	4.0	5.0	2.5	4.0	cm
N_a	50	30	30	60	
δ	2.5	1.0	1.5	1.0	mm
R_{cc}	2.0	1.0	3.5	1.5	cm
Parâmetros de saída					
$T_{módulo}$	49.33	54.04	57.03	44.37	$^{\circ}C$
m_{total}	742.4	224.4	441.5	464.6	g

Na Tabela 4.2 um dos resultados para os parâmetros de saída não é aplicável (n/a), pois o valor selecionado para o raio do cilindro central não permite o valor de quarenta extensões de alheta, o que impede o modelo de prosseguir. Outros valores dos parâmetros de saída nas tabelas não satisfazem a temperatura crítica de funcionamento dos módulos LED, que apesar de possuírem diferentes potências térmicas máximas (P) têm igual temperatura crítica de funcionamento (T_c), de $65^{\circ}C$. A grande maioria dos valores de saída para a temperatura de funcionamento do módulo LED apresentam-se abaixo da temperatura crítica; no entanto, a massa total dos sistemas alhetados utilizados para atingir essas temperaturas de funcionamento são bem distintas, daí a necessidade de se fazer uma conjugação de valores a adotar para as características dos sistemas alhetados de modo a conduzir à mais baixa massa de material.

4.3 Análise da influência das características dimensionais do sistema alhetado

Antes de se proceder a uma análise dos resultados, devido às imensas possibilidades de combinações entre parâmetros de entrada, analisou-se cada variável de entrada e o seu efeito nos parâmetros de saída. Assim, tornou-se possível esclarecer quais os parâmetros

de entrada que mais influenciam os resultados finais, e com isso pretendeu-se encontrar um sistema alhetado que seja o mais indicado para o módulo LED de maior potência de entre os considerados. Os parâmetros de entrada que se usaram para fazer os testes foram constantes, excetuando, obviamente, o parâmetro analisado no eixo horizontal de cada gráfico. A Tabela 4.5 indica os valores dos parâmetros usados.

Tabela 4.5: Parâmetros de entrada que se usaram para estudar o efeito de cada uma das variáveis de entrada do sistema alhetado nos parâmetros de saída.

Parâmetros de entrada		
Variáveis	Valor	Unidades
T_{amb}	35	$^{\circ}C$
P	19.2	W
T_c	65	$^{\circ}C$
D_{base}	8.3	cm
L	5.0	cm
H	3.0	cm
N_a	30	
δ	1.0	mm
R_{cc}	1.5	cm

Começou-se por estudar a influência de uma relação entre o comprimento do sistema alhetado (L) e a sua largura (H) na temperatura final do módulo e na massa total do sistema alhetado. Na primeira relação, o comprimento do sistema alhetado é metade da sua largura, na segunda relação o comprimento é o dobro da largura, e numa terceira relação testou-se um sistema alhetado com o comprimento igual à largura.

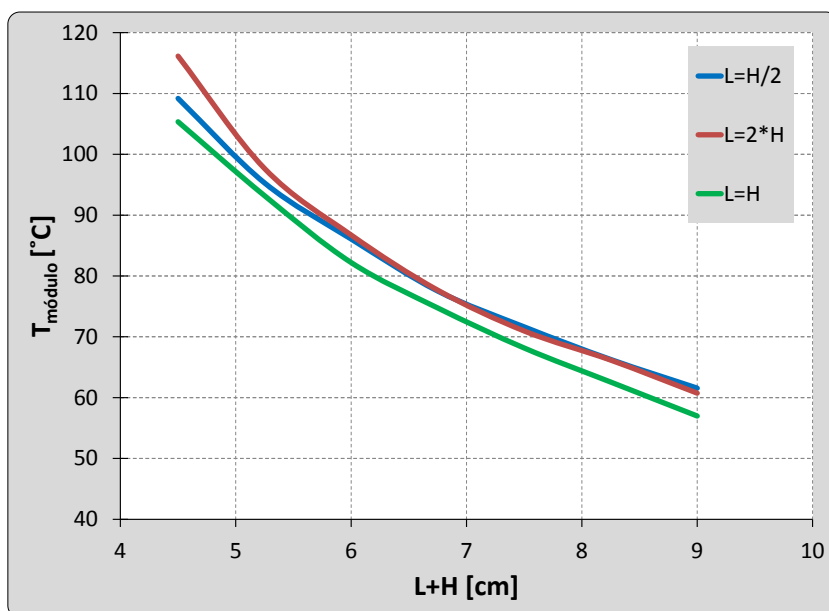


Figura 4.2: Variação da temperatura de funcionamento do módulo LED em função do somatório do comprimento com a largura do sistema alhetado.

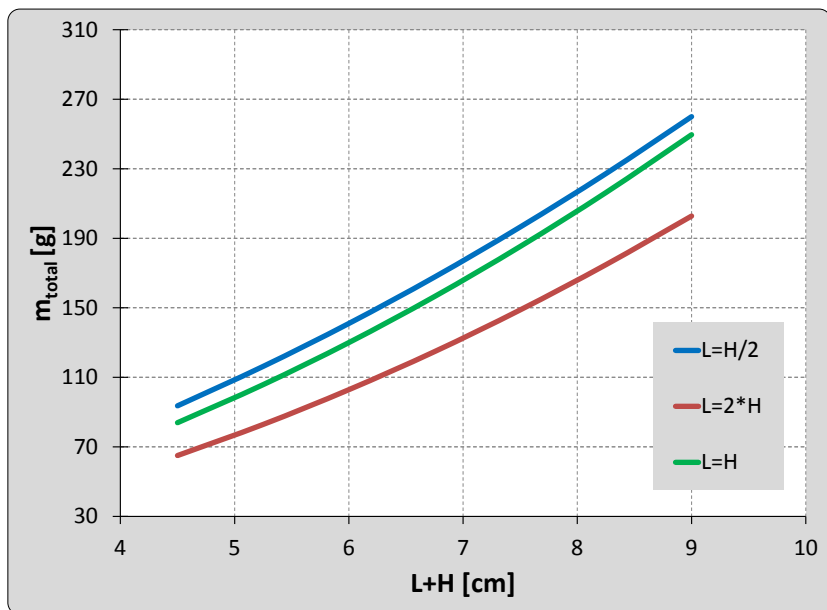


Figura 4.3: Variação da massa total do sistema alhetado em função do somatório do comprimento com a largura do sistema alhetado.

O sistema alhetado com o comprimento idêntico à largura necessita de um valor do somatório menor do que as duas outras relações para atingir uma temperatura de funcionamento no módulo inferior a 65°C . No entanto, pela Figura 4.3 percebeu-se que um sistema alhetado com o comprimento maior que a largura, neste caso o dobro, vai ter uma massa bastante inferior às duas outras relações, o que faz com que compense a sua utilização. Um aumento no valor da largura proporciona uma massa final do sistema alhetado superior do que se fizer o mesmo aumento para o comprimento, isto porque o cilindro central aumenta com a largura, e este representa a maior massa do sistema alhetado.

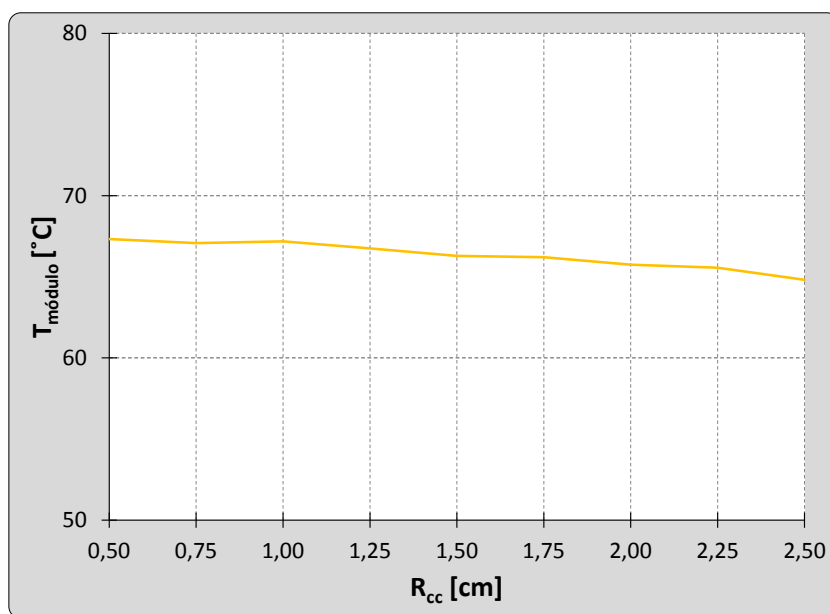


Figura 4.4: Variação da temperatura de funcionamento do módulo LED em função do raio do cilindro central do sistema alhetado.

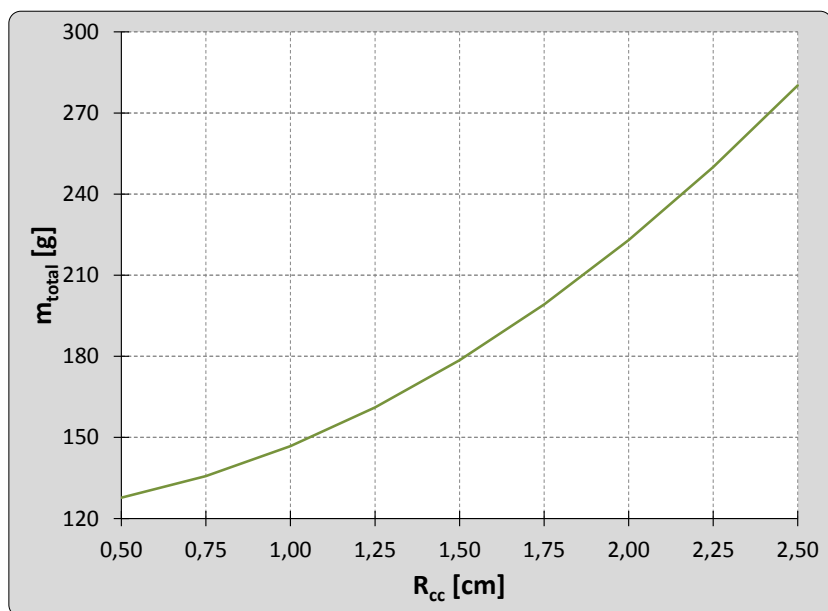


Figura 4.5: Variação da massa total do sistema alhetado em função do raio do cilindro central.

A análise simultânea da Figura 4.4 e 4.5 indicou que o aumento do raio do cilindro central, para obter um melhor arrefecimento no módulo LED, não representa uma solução viável, pois o efeito no arrefecimento é muito pequeno quando se compara com o efeito no aumento de massa que origina.

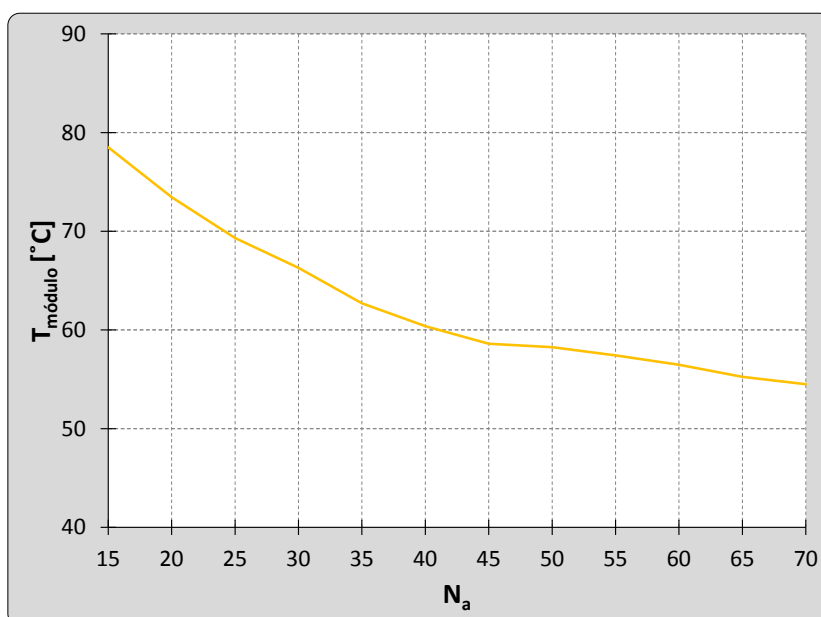


Figura 4.6: Variação da temperatura de funcionamento do módulo LED em função do número de extensões de alheta do sistema alhetado.

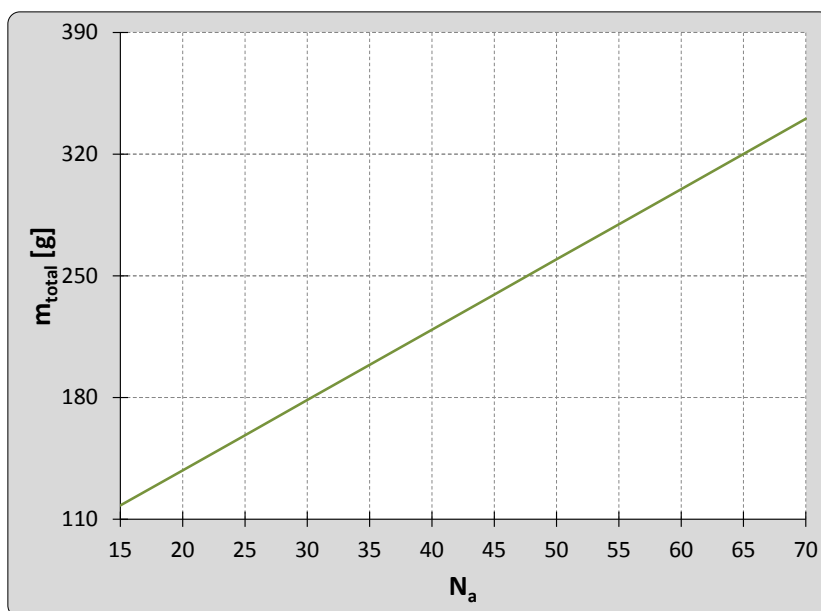


Figura 4.7: Variação da massa total do sistema alhetado em função do número de extensões de alheta.

Inicialmente, pensou-se que a diminuição da temperatura no módulo LED seria proporcional ao aumento do número de extensões de alheta. No entanto, pelo gráfico da Figura 4.6 constatou-se que o declive torna-se muito mais suave maioritariamente a partir de um valor de quarenta e cinco extensões de alheta. A variação da massa total do sistema alhetado, quando surge uma alteração ao número de extensões de alheta, é diretamente proporcional a essa alteração, o que torna a utilização de um sistema alhetado com mais de quarenta e cinco extensões de alheta pouco compensatório.

O modelo desenvolvido não tem em conta os efeitos viscosos, e daí resulta o gráfico da Figura 4.6 onde ao aumentar o número de alhetas a temperatura no módulo vai sempre diminuir. Se exatamente as mesmas condições fossem analisadas num software CFD, que tem em consideração os efeitos viscosos e a sua influência ao diminuir o espaçamento entre alhetas, o gráfico obtido demonstraria o mesmo desempenho até chegar ao ponto ótimo, aproximadamente quarenta e cinco alhetas, e a partir desse ponto ao aumentar o número de alhetas a temperatura no módulo LED iria começar também a aumentar.

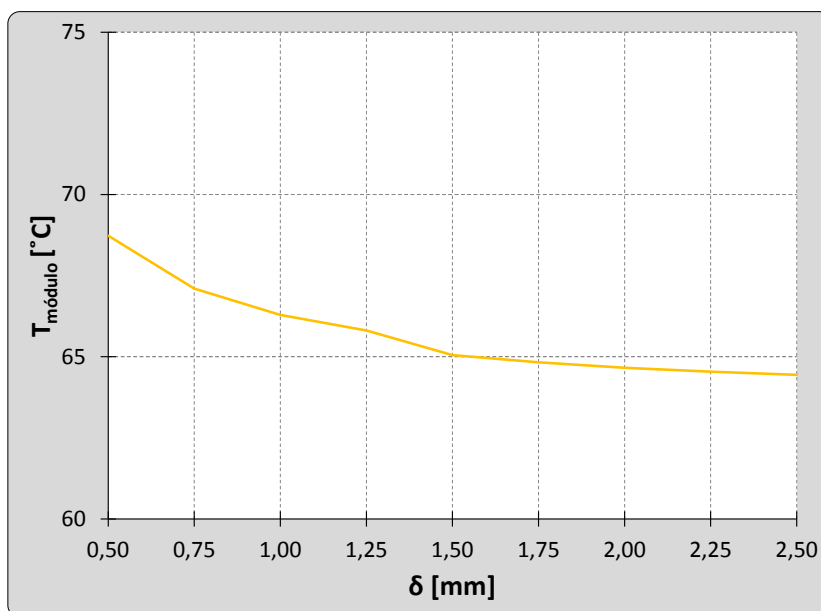


Figura 4.8: Variação da temperatura de funcionamento do módulo LED em função da espessura das extensões de alheta do sistema alhetado.

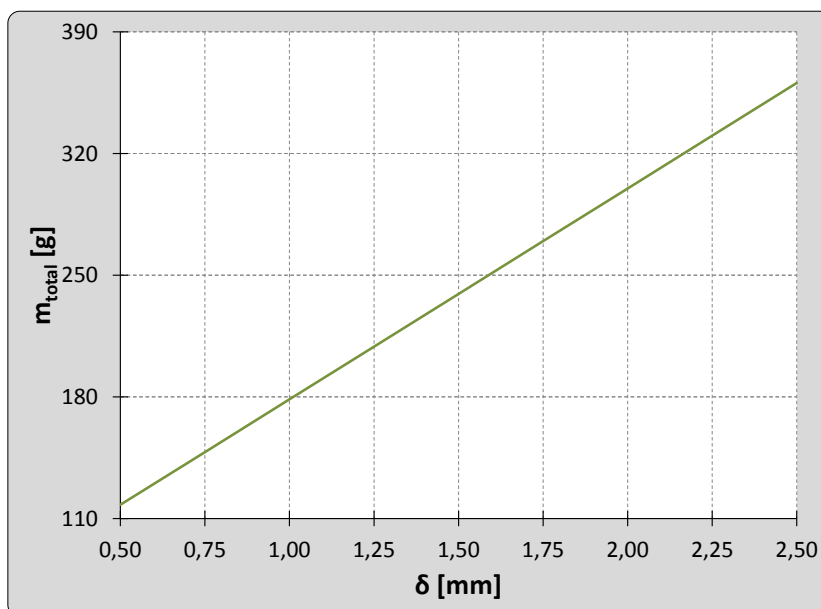


Figura 4.9: Variação da massa total do sistema alhetado em função da espessura das extensões de alheta do sistema alhetado.

Pela análise dos gráficos das Figuras 4.8 e 4.9, identifica-se que apenas valores abaixo de um milímetro e meio de espessura para as extensões de alheta são interessantes de considerar.

Após a verificação do efeito de cada uma das variáveis de entrada do sistema alhetado nos parâmetros de saída, está-se em condições de estudar algumas propostas finais de sistemas alhetados que permitem atingir uma temperatura de funcionamento do módulo LED abaixo da temperatura crítica, e que têm a menor massa possível. A Tabela 4.6 apresenta um bom exemplo para valores das variáveis de entrada do sistema alhetado, que permitiram ter um valor com alguma segurança na temperatura de funcionamento do módulo LED, e uma massa total bastante pequena.

Tabela 4.6: Exemplo de um bom sistema alhetado para usar com o módulo LED da PHILIPS de 3000 lúmen.

Parâmetros de entrada		
Variáveis	Valor	Unidades
T_{amb}	35	$^{\circ}C$
P	19.2	W
T_c	65	$^{\circ}C$
D_{base}	8.3	cm
L	5.2	cm
H	2.5	cm
N_a	40	
δ	1.0	mm
R_{cc}	1.0	cm
Parâmetros de saída		
$T_{módulo}$	64.05	$^{\circ}C$
m_{total}	165.8	g

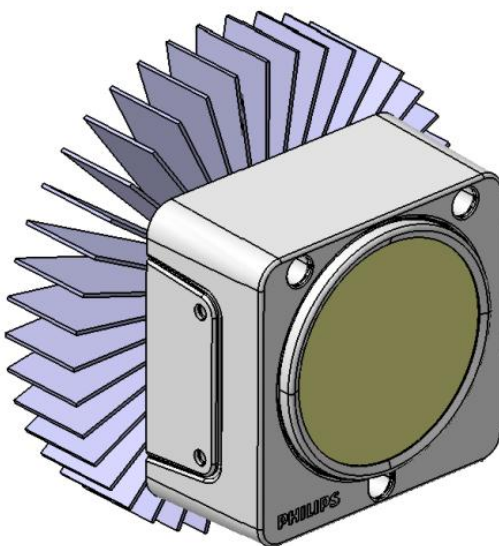


Figura 4.10: Módulo LED da PHILIPS e respetivo sistema alhetado com características dimensionais presentes na Tabela 4.6.

4.4 Validação do modelo

Qualquer modelo deve ser sujeito a validação, de preferência comparando-se os resultados do modelo com os de ensaios experimentais. No entanto, nem sempre existe essa possibilidade, qualquer que seja a causa, em que a mais comum é a falta de condições monetárias necessárias para a realização de experiências. Nesta dissertação não foram realizados ensaios experimentais, e na falta destes optou-se por analisar algumas semelhanças que os resultados do modelo apresentam quando comparados com os resultados de artigos científicos sobre esta matéria.

Os doze valores para as temperaturas dos elementos no alumínio de cada vez que o modelo é posto a funcionar podem-se considerar corretos, pois apresentam uma grande uniformidade devido à alta condutividade térmica do alumínio. O ar interior aquece à medida que se movimenta na direção do cilindro central, e a maior parte deste ar sobe quando chega perto do cilindro central, criando um efeito chaminé [33]. O modelo desenvolvido conseguiu recriar estes pressupostos, como se pode observar pelos valores das temperaturas nos parâmetros de saída da Tabela 4.1.

Ao aumentar o número de extensões de alheta, e consequentemente aumentar a área de transferência de calor, esperava-se uma constante diminuição da temperatura no módulo LED. Porém, isso não se verifica. O comportamento que se observa no gráfico da Figura 4.6 pode ser explicado pelo efeito que uma maior proximidade entre extensões de alheta provoca. A maior transferência de calor é efetuada nas zonas das extensões de alheta mais afastadas do cilindro central, isto porque existe uma maior diferença de temperatura entre o ar e o alumínio, o que permite que haja um valor do coeficiente de transferência de calor por convecção também superior. Ao aumentar em demasia o número de extensões de alheta, diminui-se a distância entre estas, o que provoca uma diminuição do coeficiente de transferência de calor por convecção e da distância entre as suas respectivas camadas limite térmica, e consequentemente da transferência de calor [34].

Estudou-se ainda o comportamento do modelo sem considerar a transferência de calor por radiação, o que permitiu perceber a influência desta nos resultados finais. Tomando como exemplo o resultado da temperatura de funcionamento do módulo LED ($T_{módulo}$) presente na Tabela 4.6, e calculando para os parâmetros de entrada presentes nessa mesma tabela um valor de $T_{módulo}$ através de um modelo que não considerou a radiação, obteve-se um valor 26,45% superior. Esta influência da transferência de calor por radiação encontra-se de acordo com os resultados apresentados em [35].

Ao analisar os resultados importa no entanto ter presentes as hipóteses mais relevantes do modelo, de que se destacam:

- Tratamento de um problema de convecção natural como se de um problema de convecção forçada se tratasse.
- Repartição dos caudais em cada elemento de ar estimada à priori, e a carecer de afinação.
- Estimativa da velocidade do ar que necessita de ser comportada com valores medidos experimentalmente para situações idênticas, e atuação em conformidade sobre o fator de correção de velocidade.
- Emissividade do alumínio deve ser ajustada às condições superficiais do alumínio usado.

Capítulo 5

Programação de ficheiro interativo

5.1 Introdução

Um dos objetivos desta dissertação centrou-se na criação de um modelo e correspondente programa informático que permitisse ao seu utilizador inserir os parâmetros de entrada de acordo com as suas necessidades, e através da programação presente no ficheiro recebesse os resultados.

Relativamente à escolha do software, residiu no MO Excel, pelo facto de ser um software disponível em praticamente qualquer computador pessoal, e por qualquer utilizador desse computador possuir por regra um mínimo de habilitações para operar com esse software.

5.2 Programação e códigos em *VBA*

Inicialmente, transcreveram-se os cálculos presentes no Capítulo 3 para várias folhas de um livro de trabalho do programa MO Excel. As condições que se colocaram na macro¹ foram as que não eram possíveis de colocar nas folhas, por diversas razões, como, por exemplo, tornar o processo de resolução das expressões que recorrem ao "Solver" automático. O *VBA* é a linguagem de programação usada para desenvolver macros no MO Excel.

Na Figura 5.1 mostra-se como exemplo um troço de uma folha presente no livro de trabalho do programa MO Excel, mais concretamente a pertencente ao cálculo dos coe-

¹No MO Excel uma macro tem como objetivo automatizar sequências de instruções desenvolvidas em código *VBA*.

ficientes de transferência de calor por convecção. Os valores estranhos apresentados na Figura 5.1 são devidos aos parâmetros de entrada estarem por preencher.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Temp. de filme [K]			Coeficiente convectivo para o ar interior										
2	T_far4	328,69517		alfa	beta	upsilon	Pr	k	rho	Ra	v	Re	h_int	m
3	T_far3	333,14959		2,70338E-05	0,0030423	1,891E-05	0,7021218	0,02845214	1,0780979	0	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
4	T_far2	336,15387		2,77376E-05	0,0030017	1,938E-05	0,7013646	0,02878622	1,0651667	0	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
5	T_far8	330,48022		2,82123E-05	0,0029748	1,969E-05	0,7008538	0,02901154	1,0564453	0	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
6	T_far7	334,2473		2,73159E-05	0,0030259	1,91E-05	0,7018184	0,02858602	1,0729159	0	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
7	T_far6	336,69884		2,79111E-05	0,0029918	1,949E-05	0,7011178	0,02886855	1,0619801	0	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
8	T_far12	331,97377		2,82984E-05	0,00297	1,975E-05	0,7007612	0,02905241	1,0548633	0	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
9	T_far11	335,28548		2,75519E-05	0,0030123	1,925E-05	0,7015645	0,02869803	1,0685802	0	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
10	T_far10	337,08156		2,80751E-05	0,0029825	1,96E-05	0,7010015	0,02894641	1,0589663	0	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
11				2,83589E-05	0,0029666	1,979E-05	0,7006961	0,02908112	1,0537522	0	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!
12	h do ar atmosférico			Caudais de ar										
13	T_far	306,57664	[K]											
14	alfa	2,354E-05	[(m^2)/s]	Entrada/Saída	m4	m3	m2	m8	m7	m6	m12	m11	m10	
15	beta	0,0032618	[K^-1]	ent_lado	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	
16	upsilon	1,658E-05	[(m^2)/s]	ent_baixo	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
17	Pr	0,705882		sai_lado	#DIV/0!	#DIV/0!	0	#DIV/0!	#DIV/0!	0	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	0
18	k	0,0267932	[W/(m*K)]	sai_cima	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	#DIV/0!	

Figura 5.1: Fragmento da folha referente aos cálculos do coeficientes de transferência de calor por convecção.

O primeiro código em VBA que se desenvolveu refere-se às condições previamente necessárias para o uso da função "Solver". Para se poder usar a função "Solver", a aplicação desta tem de estar ativa no MO Excel, o que requer navegar pelas opções do programa e ativar o "Add-In Solver". Apesar de ser algo simples de concretizar, optou-se por não dar estas instruções de navegação, pois após a ativação ainda seria necessário utilizar a função numa folha de cálculo do programa, ou seja, utilizar a função uma primeira vez, caso esta nunca tivesse sido usada. O código presente na Figura 5.2 verifica se o "Add-In Solver" já está ativado, e se não estiver ativa-o. Isto acontece se a função estiver instalada no programa MO Excel, pois caso não esteja instalada envia uma mensagem ao utilizador a dizer que o livro de trabalho não funcionará. O "Add-In Solver" encontra-se instalado em todas as versões do MO Excel posteriores a 2003. No código ainda se faz o chamado "auto-open" da função "Solver", o que permite a utilização da função através do VBA sem nunca a ter utilizado anteriormente numa folha de cálculo [11].

```
Function VerificaSolver() As Boolean
'Função que verifica se o Solver está instalado, e se não estiver
'instala o "Add-In" e faz o "auto-open".
'Devolve True se o Solver se poder usar, False se não.
Dim bSolverInstalado As Boolean
'Assumir verdadeiro.
VerificaSolver = True

On Error Resume Next
'Verifica se o Solver foi instalado.
bSolverInstalado = Application.AddIns("Solver").Installed
Err.Clear

If bSolverInstalado Then
'Desinstala temporariamente.
Application.AddIns("Solver").Installed = False
'Verifica se o Solver foi instalado (deve ser False).
bSolverInstalado = Application.AddIns("Solver").Installed
End If
If Not bSolverInstalado Then
'(re)instala o Solver.
Application.AddIns("Solver").Installed = True
'Verifica se o Solver foi instalado (deve ser True).
bSolverInstalado = Application.AddIns("Solver").Installed
End If
If Not bSolverInstalado Then
MsgBox "Função Solver não foi encontrada. Este WorkBook não funcionará.", vbCritical
VerificaSolver = False
End If

If VerificaSolver Then
'Garantir que o Solver abre e posteriormente executa.
Application.Run "Solver.xlam!Solver.Solver2.Auto_open"
End If

On Error GoTo 0
End Function
```

Figura 5.2: Código VBA que instala o "Add-In Solver" e faz o seu "auto-open" [11].

De seguida passou-se à implementação do processo iterativo e da resolução das funções "Solver" para o cálculo da radiosidade e das equações finais de balanço de energia de cada elemento. A Figura 5.3 mostra o início da rotina, onde se criaram as variáveis necessárias para programar a rotina, e como primeiras linhas de código criou-se a avaliação entre o raio do cilindro central e o número de extensões de alheta e a sua espessura, para a possibilidade destas não se poderem acomodar no raio do cilindro central selecionado, e assim impedir a rotina de prosseguir. Assim que se corre uma macro, o resultado que advém desta é definitivo no livro de trabalho, e, por isso, foi necessário colocar código que permitisse ao utilizador correr novamente a macro com valores diferentes para os parâmetros de entrada assim que a rotina anterior chega ao fim.

```
Sub Resolução()  
  
Dim Dados As Worksheet  
Dim Rad As Worksheet  
Dim Geral As Worksheet  
Dim Qb As Worksheet  
Dim Painel As Worksheet  
Dim atuais As Variant  
Dim velhos As Variant  
Dim esp As Variant  
Dim Na As Variant  
Dim Rcc As Variant  
Dim StopTheLoops As Boolean  
Dim pi As Double  
  
'Erro se raio do cilindro central pequeno para n° de extensões de alheta e sua espessura.  
esp = Sheets("Painel").Range("$B$13").Value  
Na = Sheets("Painel").Range("$B$12").Value  
Rcc = Sheets("Painel").Range("$B$14").Value  
  
If (Na * esp) > (2 * WorksheetFunction.pi * Rcc) Then  
    MsgBox "Número de alhetas e respetiva espessura não cabem no cilindro central selecionado"  
    Exit Sub  
End If  
  
'Valores estimados colocados no início de cada Macro  
Sheets("Dados").Range("$L$11:$L$31").Copy  
Sheets("Dados").Range("$F$11").PasteSpecial xlPasteValues  
  
Sheets("Rad").Range("$J$2:$J$14").Copy  
Sheets("Rad").Range("$B$17").PasteSpecial xlPasteValues  
  
Sheets("Dados").Range("$L$1").Copy  
Sheets("Qb").Range("$G$9").PasteSpecial xlPasteValues  
  
'A usar Application.Run no fsolve para evitar problemas de referências com o "solver"  
'Resolver uma primeira vez para valores estimados
```

Figura 5.3: Código *VBA* de início da rotina.

Finalmente, a Figura 5.4 expõe o código *VBA* que permite utilizar a função "Solver", que foi inserida num ciclo que termina assim que a diferença entre os valores que dão entrada no modelo e os que saem se tornar inferior a um valor especificado.


```

For i = 1 To 100
  Sheets("Dados").Range("$F$11:$F$31").Copy Sheets("Geral").Range("$H$12")
  'Solver Rad
  Sheets("Rad").Select
  Application.Run "Solver.xlam!SolverReset"
  Application.Run "Solver.xlam!SolverOk", "$D$17", 3, "0", "$B$17:$B$29"
  Application.Run "Solver.xlam!SolverSolve", True
  'Solver Geral
  Sheets("Geral").Select
  Application.Run "Solver.xlam!SolverOptions", 0, 0, 0.000001, 0.0001, False, _
  False, True, 2, 100, 0, 0.075, False, False, 0, 0, 0.1, False, 30
  Application.Run "Solver.xlam!SolverReset"
  Application.Run "Solver.xlam!SolverOk", "$D$2", 3, "0", "$B$2:$B$22"
  Application.Run "Solver.xlam!SolverSolve", True
  'Copia novos, atuais e Qb
  Sheets("Geral").Range("$B$2:$B$22").Copy Sheets("Geral").Range("$J$12")
  Sheets("Geral").Range("$L$12:$L$32").Copy
  Sheets("Dados").Range("$F$11").PasteSpecial xlPasteValues
  Sheets("Geral").Range("$H$5").Copy
  Sheets("Qb").Range("$G$9").PasteSpecial xlPasteValues
  'Colunas de valores a comparar
  atuais = Sheets("Geral").Range("$L$12:$L$32").Value
  velhos = Sheets("Geral").Range("$H$12:$H$32").Value
  'Paragem até erro mínimo
  For j = LBound(atuais) To UBound(velhos)
    If (Abs(atuais(j, 1) - velhos(j, 1)) < 0.001) Or (atuais(j, 1) = velhos(j, 1)) Then
      StopTheLoops = True
    Exit For
  End If
Next j
If StopTheLoops Then
  Exit For
Else
  StopTheLoops = False
End If
Next i
End Sub

```

Figura 5.4: Código VBA que permite a iteração de valores e resolve as equações finais de conservação de energia do modelo.

A Figura 5.5 mostra a primeira folha do livro de trabalho, à qual se deu o nome de "Painel". Esta folha contém as células disponíveis para serem preenchidas com os valores pretendidos para os parâmetros de entrada, uma imagem do sistema alhetado para dar significado a cada parâmetro, e ainda um exemplo que contém os dados presentes na Tabela 4.6. Nesta folha de trabalho encontra-se presente uma célula passível de alteração, que diz respeito ao fator de ajuste de velocidade C^x (Expressão 3.17). Esta constante é inserida na fórmula de cálculo da velocidade do ar para avaliação dos coeficientes de transferência de calor por convecção, com o objetivo de possibilitar ao utilizador do ficheiro MO Excel alterar o seu valor, o que se torna útil se por exemplo o utilizador estiver na posse de valores da velocidade obtidos experimentalmente ou num estudo CFD e queira utilizar

valores semelhantes, e por isso mais realistas.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	Preencher as células seguintes:												
2													
3	Características do módulo e do ambiente												
4	Potência térmica máxima:				[W]								
5	Dimensão da base do módulo				[m]								
6	Temperatura máxima no módulo (Tc):				[°C]								
7	Temperatura atmosférica:				[°C]								
8													
9	Dimensões características do sistema alhetado (ver figura):												
10	L		[m]	Comprimento									
11	H		[m]	Largura									
12	Na			Nº de alhetas		Ok							
13	δ		[m]	Espessura									
14	Rcc		[m]	Raio do cilindro central									
15	Constante de velocidade *												
16	C		1	C ∈ [1,1.5]									
17													
18													
19	Resultados obtidos para os valores utilizados:												
20	T_módulo	#DIV/0!	[°C]	Temperatura no módulo		#DIV/0!							
21	m	0,0000	[kg]	Massa total do sistema alhetado									
22													
23													
24	No seguinte exemplo apresentam-se os valores ótimos para um módulo Philips Fortimo LED (DLM Gen 4) em determinado ambiente												

Figura 5.5: Folha "Painel" onde se inserem os valores dos parâmetros de entrada.

Criou-se ainda um ficheiro de texto com o objetivo de indicar pequenas recomendações que o utilizador deve ter em conta quando utiliza o ficheiro MO Excel. O conteúdo deste ficheiro recomenda o utilizador a fazer uma cópia do ficheiro MO Excel e trabalhar na cópia, e indica que após uma rotina terminar deve-se gravar o ficheiro de modo a serem atualizados os resultados finais expostos na folha "Painel".

Capítulo 6

Considerações finais

6.1 Conclusões

Nesta dissertação estudou-se um dos pontos fulcrais que se deve ter em consideração no desenvolvimento de módulos de lâmpadas LED, que são os sistema de dissipação de calor necessários para promover o seu arrefecimento.

Analizou-se o comportamento de um sistema alhetado com características físicas específicas, para ser fácil de produzir e de custos reduzidos.

Estabelecido o modelo elaborou-se um ficheiro MO Excel que dá ao seu utilizador liberdade para desenvolver um sistema alhetado de acordo com as suas necessidades.

A análise térmica deu origem a um modelo que permite estudar diferentes características do sistema alhetado. Com a falta de testes experimentais para validar o modelo, que contém aproximações, algumas delas bastante significativas, recorreu-se a resultados de artigos científicos que indicaram semelhanças com os resultados obtidos. Ao examinar os resultados, retiraram-se as principais conclusões:

- O sistema alhetado deve sempre ter um comprimento superior à sua largura (aproximadamente o dobro), evitando-se que a massa total do sistema seja superior ao que poderia ser para manter a temperatura de funcionamento no módulo LED abaixo da temperatura crítica.
- Um número sempre maior de extensões de alheta não implica uma melhor dissipação de calor. A partir de um determinado número de extensões de alheta, estas vão ficar muito próximas (considerando também as dimensões do cilindro central) o que vai implicar uma diminuição do coeficiente de transferência de calor por convecção e

uma aproximação entre as camadas limite térmica das superfícies em extensões de alheta, afetando a transferência de calor.

- A radiação representa uma boa parte do calor transferido, e está intrinsecamente ligada à emissividade do alumínio. Qualquer acabamento que seja possível efetuar na superfície do alumínio, como a anodização, deve ser tido em consideração.
- Pela seleção adequada do *TIM*, procurando-se um material com boa condutividade térmica e que não necessite de uma espessura muito elevada para ser aplicado, podem-se conseguir temperaturas de funcionamento do módulo LED alguns graus Celsius inferiores.
- Os sistemas alhetados analisados não devem ser uma solução para módulos de lâmpadas LED com potências térmica máxima superiores a 20W. Existem soluções monetariamente mais interessantes, que normalmente são sistemas que fazem uso da convecção forçada, para se usar em módulos com potências superiores a 20W.

6.2 Trabalhos Futuros

No seguimento do trabalho realizado sugerem-se as seguintes perspetivas de trabalhos futuros:

- Realização de testes experimentais com os sistemas alhetados criados através do modelo desenvolvido, escolhendo-se os mais pertinentes de avaliar.
- Desenvolvimento de uma correlação para prever um número de Nusselt adequado ao formato do sistema alhetado em análise, de modo a não se ter de recorrer a uma aproximação da velocidade do ar.
- Alteração do cálculo dos fatores de forma, passando a considerar-se o ângulo presente entre planos que passam em duas extensões de alheta adjacentes.
- Aperfeiçoamento do modelo desenvolvido, permitindo ao utilizador passar a escolher o número de elementos na malha gerada, e aumentar o número de elementos considerado.
- Implementação de melhorias no ficheiro MO Excel que permitam a ausência de qualquer tipo de erro aquando da sua utilização.

- Considerar os aspetos mencionados no fim do Capítulo 4, e promover melhorias no sentido de minimizar a sua influência sobre os resultados.

Referências

- [1] **Alumatter**. [Em linha]. [Consult. 22 de Maio de 2013]. Disponível em <http://aluminium.matter.org.uk/>.
- [2] **Design News**. [Em linha]. [Consult. 10 de Março de 2013]. Disponível em <http://www.designnews.com/>.
- [3] **Discovery**. [Em linha]. [Consult. 10 de Março de 2013]. Disponível em <http://curiosity.discovery.com/>.
- [4] **European comission**. [Em linha]. [Consult. 10 de Março de 2013]. Disponível em <http://ec.europa.eu/>.
- [5] **Greentech media**. [Em linha]. [Consult. 10 de Março de 2013]. Disponível em <http://www.greentechmedia.com/>.
- [6] **International energy agency**. [Em linha]. [Consult. 10 de Março de 2013]. Disponível em <http://www.iea.org/>.
- [7] **Laird**. [Em linha]. [Consult. 22 de Maio de 2013]. Disponível em <http://www.lairdtech.com/>.
- [8] **Lamptech**. [Em linha]. [Consult. 22 de Maio de 2013]. Disponível em <http://www.lamptech.co.uk/>.
- [9] **Nuventix**. [Em linha]. [Consult. 22 de Maio de 2013]. Disponível em <http://www.nuventix.com/>.
- [10] **Osram**. [Em linha]. [Consult. 22 de Maio de 2013]. Disponível em <http://www.osram.com/>.
- [11] **Peltier**. [Em linha]. [Consult. 22 de Maio de 2013]. Disponível em <http://peltiertech.com/>.

- [12] **Philips**. [Em linha]. [Consult. 10 de Março de 2013]. Disponível em <http://www.lighting.philips.com/>.
- [13] **Sapa**. [Em linha]. [Consult. 22 de Maio de 2013]. Disponível em <http://www.sapagroup.com/>.
- [14] **Thermacore**. [Em linha]. [Consult. 22 de Maio de 2013]. Disponível em <http://www.thermacore.com/>.
- [15] **Wacker**. [Em linha]. [Consult. 10 de Março de 2013]. Disponível em <http://www.wacker.com/>.
- [16] **Wikipedia**. [Em linha]. [Consult. 10 de Março de 2013]. Disponível em <http://en.wikipedia.org/>.
- [17] **Wila**. [Em linha]. [Consult. 10 de Março de 2013]. Disponível em <http://www.wila.com/>.
- [18] Aman M.M., Jasmon G.B., Mokhlis H., Bakar A.H.A. - Analysis of the performance of domestic lighting lamps. **Energy Policy** [Em linha]. 52 (2013) 482–500.
- [19] Bejan A. - **Convection Heat Transfer**, 2^a ed. s.l.: John Wiley & Sons, Inc., 1995.
- [20] Eritta M., May C., Leo K., Toerker M., Radehaus C. - OLED manufacturing for large area lighting applications. **Thin Solid Films** [Em linha]. 518 (2010) 3042–3045.
- [21] Ha M., Graham S. - Development of a thermal resistance model for chip-on-board packaging of high power LED arrays. **Microelectronics Reliability** [Em linha]. 52 (2012) 836–844.
- [22] Incropera F.P., Dewitt D.P., Bergman T.L., Lavine A.S. - **Fundamentals of Heat and Mass Transfer**, 6^a ed. s.l.: John Wiley & Sons, Inc., 2007.
- [23] Liu S., Yang J., Gan Z., Luo X. - Structural optimization of a microjet based cooling system for high power LEDs. **International Journal of Thermal Sciences** [Em linha]. 47 (2008) 1086–1095.
- [24] Liu L., Zhang G.Q., Yang D., Pan K., Zhong H., Hou F. - Thermal Analysis and Comparison of Heat Dissipation Methods on High-Power LEDs. 11th **International Conference on Electronic Packaging Technology & High Density Packaging** [Em linha]. 2010.

- [25] Maaspuro M., Tuominen A. - Thermal analysis of LED spot lighting device operating in external natural or forced heat convection. **Microelectronics Reliability** [Em linha]. 53 (2013) 428–434.
- [26] Modest Michael F. - **Radiative Heat Transfer**, 1^a ed. s.l.: McGraw-Hill International Editions, 1993.
- [27] Moran M. J., Shapiro H. N. - **Fundamentals of Engineering Thermodynamics**. 7^a ed. s.l.: John Wiley & Sons, Inc., 2011.
- [28] Navigant Consulting, Inc. - Energy Savings Potential of Solid-State Lighting in General Illumination Applications 2010 to 2030. **U.S.Department of Energy** [Em linha].
- [29] Pardo B., Gasse A., Fargeix A., Jakovenko J., Werkhoven R.J., Perpiñà X., Jordà X., Vellvehi M., Van Weelden T., Bancken P. - Thermal resistance investigations on new leadframe-based LED packages and boards. **Microelectronics Reliability** [Em linha]. 53 (2013) 1084–1094.
- [30] Qin P., Li Q., Chan Y C - Thermal Analysis of High Brightness Flip-chip LED Packages. 13th **Electronics Packaging Technology Conference** [Em linha]. 2011
- [31] Totten G. E., MacKenzie D. S. - **HandBook of Aluminum** [Em linha]. 1^a ed. MarcelDekker, Inc., 2003. [Consult. 22 Maio 2013].
- [32] Yang K.-S., Chung C.-H., Lee M.-T., Chiang S.-B., Wong C.-C., Wang C.-C. - An experimental study on the heat dissipation of LED lighting module using metal/carbon foam. **International Communications in Heat and Mass Transfer** [Em linha]. 48 (2013) 73–79.
- [33] Yu S.-H., Lee K.-S., Yook S.-J. - Natural convection around a radial heat sink. **International Journal of Heat and Mass Transfer** [Em linha]. 53 (2010) 2935–2938.
- [34] Yu S.-H., Lee K.-S., Yook S.-J. - Optimum design of a radial heat sink under natural convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer** [Em linha]. 54 (2011) 2499–2505.
- [35] Yu S.-H., Lee K.-S., Yook S.-J. - Effect of radiation in a radial heat sink under natural convection. **International Journal of Heat and Mass Transfer** [Em linha]. 55 (2012) 505–509.

Anexo A

Expressões dos fatores de forma

A.1 Fatores de forma para placas paralelas

$$\begin{aligned} 4 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{2i-3} &= f(2a, b) - 0 - 0 + f(2a, b) \\ &- [f(a, b) - 0 - 0 + f(a, b)] \\ &- [f(a, b) - 0 - 0 + f(a, b)] \\ &+ 0 - 0 - 0 + 0 \end{aligned} \tag{A.1}$$

$$\begin{aligned} 4 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{2i-4} &= f(3a, b) - 0 - 0 + f(3a, b) \\ &- [f(2a, b) - 0 - 0 + f(2a, b)] \\ &- [f(2a, b) - 0 - 0 + f(2a, b)] \\ &+ f(a, b) - 0 - 0 + f(a, b) \end{aligned} \tag{A.2}$$

$$\begin{aligned} 4 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{2i-6} &= f(a, 2b) - f(a, b) - f(a, b) + 0 \\ &- [0 - 0 - 0 + 0] \\ &- [0 - 0 - 0 + 0] \\ &+ f(a, 2b) - f(a, b) - f(a, b) + 0 \end{aligned} \tag{A.3}$$

$$\begin{aligned}
4 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{2i-7} &= f(2a, 2b) - f(2a, b) - f(2a, b) + 0 \\
&- [f(a, 2b) - f(a, b) - f(a, b) + 0] \\
&- [f(a, 2b) - f(a, b) - f(a, b) + 0] \\
&+ 0 - 0 - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.4}$$

$$\begin{aligned}
4 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{2i-10} &= f(a, 3b) - f(a, 2b) - f(a, 2b) + f(a, b) \\
&- [0 - 0 - 0 + 0] \\
&- [0 - 0 - 0 + 0] \\
&+ f(a, 3b) - f(a, 2b) - f(a, 2b) + f(a, b)
\end{aligned} \tag{A.5}$$

$$\begin{aligned}
4 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{2i-11} &= f(2a, 3b) - f(2a, 2b) - f(2a, 2b) + f(2a, b) \\
&- [f(a, 3b) - f(a, 2b) - f(a, 2b) + f(a, b)] \\
&- [f(a, 3b) - f(a, 2b) - f(a, 2b) + f(a, b)] \\
&+ 0 - 0 - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.6}$$

$$\begin{aligned}
4 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{2i-12} &= f(3a, 3b) - f(3a, 2b) - f(3a, 2b) + f(3a, b) \\
&- [f(2a, 3b) - f(2a, 2b) - f(2a, 2b) + f(2a, b)] \\
&- [f(2a, 3b) - f(2a, 2b) - f(2a, 2b) + f(2a, b)] \\
&+ f(a, 3b) - f(a, 2b) - f(a, 2b) + f(a, b)
\end{aligned} \tag{A.7}$$

A.2 Fatores de forma para placas perpendiculares

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{2i-5} &= f(w, h, 2l) - 0 - 0 + 0 \\
&+ 0 - 0 - f(w, h, l) + 0 \\
&- f(w, h, l) + 0 + 0 - 0 \\
&+ 0 - 0 - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.8}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{2i-9} &= f(w, h, 3l) - 0 - 0 + 0 \\
&+ 0 - 0 - f(w, h, 2l) + 0 \\
&- f(w, h, 2l) + 0 + 0 - 0 \\
&+ f(w, h, l) - 0 - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.9}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{3i-1} &= f(2w, h, l) - 0 - f(w, h, l) + 0 \\
&+ 0 - 0 - 0 + 0 \\
&- 0 + 0 + 0 - 0 \\
&+ f(2w, h, l) - 0 - f(w, h, l) + 0
\end{aligned} \tag{A.10}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{3i-5} &= f(2w, h, 2l) - 0 - f(w, h, 2l) + 0 \\
&+ f(w, h, l) - 0 - f(2w, h, l) + 0 \\
&- f(2w, h, l) + 0 + f(w, h, l) - 0 \\
&+ 0 - 0 - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.11}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{3i-9} &= f(2w, h, 3l) - 0 - f(w, h, 3l) + 0 \\
&+ f(w, h, 2l) - 0 - f(2w, h, 2l) + 0 \\
&- f(2w, h, 2l) + 0 + f(w, h, 2l) - 0 \\
&+ f(2w, h, l) - 0 - f(w, h, l) + 0
\end{aligned} \tag{A.12}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{4i-1} &= f(3w, h, l) - 0 - f(2w, h, l) + 0 \\
&+ 0 - 0 - 0 + 0 \\
&- 0 + 0 + 0 - 0 \\
&+ f(3w, h, l) - 0 - f(2w, h, l) + 0
\end{aligned} \tag{A.13}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{4i-5} &= f(3w, h, 2l) - 0 - f(2w, h, 2l) + 0 \\
&+ f(2w, h, l) - 0 - f(3w, h, l) + 0 \\
&- f(3w, h, l) + 0 + f(2w, h, l) - 0 \\
&+ 0 - 0 - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.14}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{int,alh} \cdot F_{4i-9} &= f(3w, h, 3l) - 0 - f(2w, h, 3l) + 0 \\
&+ f(2w, h, 2l) - 0 - f(3w, h, 2l) + 0 \\
&- f(3w, h, 2l) + 0 + f(2w, h, 2l) - 0 \\
&+ f(3w, h, l) - 0 - f(2w, h, l) + 0
\end{aligned} \tag{A.15}$$

A.2.1 Fatores de forma da base

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{base} \cdot F_{base,i-2} &= f(w, h, l) - 0 - 0 + 0 \\
&+ 0 - 0 - 0 + 0 \\
&- f(w, h, l - l_{base}) + 0 + 0 - 0 \\
&+ f(w, h, -l_{base}) - 0 - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.16}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{base} \cdot F_{base,i-3} &= f(w, h, 2l) - 0 - 0 + 0 \\
&+ 0 - 0 - f(w, h, l) + 0 \\
&- f(w, h, 2l - l_{base}) + 0 + 0 - 0 \\
&+ f(w, h, l - l_{base}) - 0 - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.17}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{base} \cdot F_{base,i-4} &= f(w, h, 3l) - 0 - 0 + 0 \\
&+ 0 - 0 - f(w, h, 2l) + 0 \\
&- f(w, h, 3l - l_{base}) + 0 + 0 - 0 \\
&+ f(w, h, 2l - l_{base}) - 0 - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.18}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{base} \cdot F_{base,i-5} &= f(l_{base}, 2h, w) - f(l_{base}, h, w) - 0 + 0 \\
&+ 0 - 0 - 0 + 0 \\
&- 0 + 0 + 0 - 0 \\
&+ f(l_{base}, 2h, -w) - f(l_{base}, h, -w) - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.19}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{base} \cdot F_{base,i-6} &= f(w, 2h, l) - f(w, h, l) - 0 + 0 \\
&+ 0 - 0 - 0 + 0 \\
&- f(w, 2h, l - l_{base}) + f(w, h, l - l_{base}) + 0 - 0 \\
&+ f(w, 2h, -l_{base}) - f(w, h, -l_{base}) - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.20}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{base} \cdot F_{base,i-7} &= f(w, 2h, 2l) - f(w, h, 2l) - 0 + 0 \\
&+ 0 - 0 - f(w, 2h, l) + f(w, h, l) \\
&- f(w, 2h, 2l - l_{base}) + f(w, h, 2l - l_{base}) + 0 - 0 \\
&+ f(w, 2h, l - l_{base}) - f(w, h, l - l_{base}) - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.21}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{base} \cdot F_{base,i-8} &= f(w, 2h, 3l) - f(w, h, 3l) - 0 + 0 \\
&+ 0 - 0 - f(w, 2h, 2l) + f(w, h, 2l) \\
&- f(w, 2h, 3l - l_{base}) + f(w, h, 3l - l_{base}) + 0 - 0 \\
&+ f(w, 2h, 2l - l_{base}) - f(w, h, 2l - l_{base}) - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.22}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{base} \cdot F_{base,i-9} &= f(l_{base}, 3h, w) - f(l_{base}, 2h, w) - 0 + 0 \\
&+ 0 - 0 - 0 + 0 \\
&- 0 + 0 + 0 - 0 \\
&+ f(l_{base}, 3h, -w) - f(l_{base}, 2h, -w) - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.23}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{base} \cdot F_{base,i-10} &= f(w, 3h, l) - f(w, 2h, l) - 0 + 0 \\
&+ 0 - 0 - 0 + 0 \\
&- f(w, 3h, l - l_{base}) + f(w, 2h, l - l_{base}) + 0 - 0 \\
&+ f(w, 3h, -l_{base}) - f(w, 2h, -l_{base}) - 0 + 0
\end{aligned} \tag{A.24}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{base} \cdot F_{base,i-11} &= f(w, 3h, 2l) - f(w, 2h, 2l) - 0 + 0 \\
&+ 0 - 0 - f(w, 3h, l) + f(w, 2h, l) \\
&- f(w, 3h, 2l - l_{base}) + f(w, 2h, 2l - l_{base}) + 0 - 0 \\
&+ f(w, 3h, l - l_{base}) - f(w, 2h, l - l_{base}) - 0 + 0 \quad (A.25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2 \cdot A_{base} \cdot F_{base,i-12} &= f(w, 3h, 3l) - f(w, 2h, 3l) - 0 + 0 \\
&+ 0 - 0 - f(w, 3h, 2l) + f(w, 2h, 2l) \\
&- f(w, 3h, 3l - l_{base}) + f(w, 2h, 3l - l_{base}) + 0 - 0 \\
&+ f(w, 3h, 2l - l_{base}) - f(w, 2h, 2l - l_{base}) - 0 + 0 \quad (A.26)
\end{aligned}$$

Anexo B

Expressões da radiosidade

$$\begin{aligned}
\frac{E_{cn,1} - J_1}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} &= \frac{J_1 - E_{cn,viz}}{(A_{int,cc} \cdot F_{1i-viz})^{-1}} + 2 \cdot \left[\frac{J_1 - J_2}{(A_{int,cc} \cdot F_{1i-2})^{-1}} \right] \\
+ 2 \cdot \left[\frac{J_1 - J_3}{(A_{int,cc} \cdot F_{1i-3})^{-1}} \right] &+ 2 \cdot \left[\frac{J_1 - J_4}{(A_{int,cc} \cdot F_{1i-4})^{-1}} \right] + 2 \cdot \left[\frac{J_1 - J_6}{(A_{int,cc} \cdot F_{1i-6})^{-1}} \right] \\
+ 2 \cdot \left[\frac{J_1 - J_7}{(A_{int,cc} \cdot F_{1i-7})^{-1}} \right] &+ 2 \cdot \left[\frac{J_1 - J_8}{(A_{int,cc} \cdot F_{1i-8})^{-1}} \right] + 2 \cdot \left[\frac{J_1 - J_{10}}{(A_{int,cc} \cdot F_{1i-10})^{-1}} \right] \\
+ 2 \cdot \left[\frac{J_1 - J_{11}}{(A_{int,cc} \cdot F_{1i-11})^{-1}} \right] &+ 2 \cdot \left[\frac{J_1 - J_{12}}{(A_{int,cc} \cdot F_{1i-12})^{-1}} \right] + \frac{J_1 - J_{base}}{(A_{int,cc} \cdot F_{1i-base})^{-1}} \quad (B.1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{E_{cn,2} - J_2}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,alh}} &= \frac{J_2 - E_{cn,viz}}{(A_{int,alh} \cdot F_{2i-viz})^{-1}} + \frac{J_2 - J_1}{(A_{int,alh} \cdot F_{2i-1})^{-1}} \\
+ \frac{J_2 - J_3}{(A_{int,alh} \cdot F_{2i-3})^{-1}} &+ \frac{J_2 - J_4}{(A_{int,alh} \cdot F_{2i-4})^{-1}} + \frac{J_2 - J_5}{(A_{int,alh} \cdot F_{2i-5})^{-1}} \\
+ \frac{J_2 - J_6}{(A_{int,alh} \cdot F_{2i-6})^{-1}} &+ \frac{J_2 - J_7}{(A_{int,alh} \cdot F_{2i-7})^{-1}} + \frac{J_2 - J_8}{(A_{int,alh} \cdot F_{2i-8})^{-1}} \\
+ \frac{J_2 - J_9}{(A_{int,alh} \cdot F_{2i-9})^{-1}} &+ \frac{J_2 - J_{10}}{(A_{int,alh} \cdot F_{2i-10})^{-1}} + \frac{J_2 - J_{11}}{(A_{int,alh} \cdot F_{2i-11})^{-1}} \\
+ \frac{J_2 - J_{12}}{(A_{int,alh} \cdot F_{2i-12})^{-1}} &+ \frac{J_2 - J_{base}}{(A_{int,alh} \cdot F_{2i-base})^{-1}} \quad (B.2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{E_{cn,3} - J_3}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,alh}} &= \frac{J_3 - E_{cn,viz}}{(A_{int,alh} \cdot F_{3i-viz})^{-1}} + \frac{J_3 - J_1}{(A_{int,alh} \cdot F_{3i-1})^{-1}} \\
&+ \frac{J_3 - J_2}{(A_{int,alh} \cdot F_{3i-2})^{-1}} + \frac{J_3 - J_4}{(A_{int,alh} \cdot F_{3i-4})^{-1}} + \frac{J_3 - J_5}{(A_{int,alh} \cdot F_{3i-5})^{-1}} \\
&+ \frac{J_3 - J_6}{(A_{int,alh} \cdot F_{3i-6})^{-1}} + \frac{J_3 - J_7}{(A_{int,alh} \cdot F_{3i-7})^{-1}} + \frac{J_3 - J_8}{(A_{int,alh} \cdot F_{3i-8})^{-1}} \\
&+ \frac{J_3 - J_9}{(A_{int,alh} \cdot F_{3i-9})^{-1}} + \frac{J_3 - J_{10}}{(A_{int,alh} \cdot F_{3i-10})^{-1}} + \frac{J_3 - J_{11}}{(A_{int,alh} \cdot F_{3i-11})^{-1}} \\
&+ \frac{J_3 - J_{12}}{(A_{int,alh} \cdot F_{3i-12})^{-1}} + \frac{J_3 - J_{base}}{(A_{int,alh} \cdot F_{3i-base})^{-1}}
\end{aligned} \tag{B.3}$$

$$\begin{aligned}
\frac{E_{cn,5} - J_5}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} &= \frac{J_5 - E_{cn,viz}}{(A_{int,cc} \cdot F_{5i-viz})^{-1}} + 2 \cdot \left[\frac{J_5 - J_2}{(A_{int,cc} \cdot F_{5i-2})^{-1}} \right] \\
&+ 2 \cdot \left[\frac{J_5 - J_3}{(A_{int,cc} \cdot F_{5i-3})^{-1}} \right] + 2 \cdot \left[\frac{J_5 - J_4}{(A_{int,cc} \cdot F_{5i-4})^{-1}} \right] + 2 \cdot \left[\frac{J_5 - J_6}{(A_{int,cc} \cdot F_{5i-6})^{-1}} \right] \\
&+ 2 \cdot \left[\frac{J_5 - J_7}{(A_{int,cc} \cdot F_{5i-7})^{-1}} \right] + 2 \cdot \left[\frac{J_5 - J_8}{(A_{int,cc} \cdot F_{5i-8})^{-1}} \right] + 2 \cdot \left[\frac{J_5 - J_{10}}{(A_{int,cc} \cdot F_{5i-10})^{-1}} \right] \\
&+ 2 \cdot \left[\frac{J_5 - J_{11}}{(A_{int,cc} \cdot F_{5i-11})^{-1}} \right] + 2 \cdot \left[\frac{J_5 - J_{12}}{(A_{int,cc} \cdot F_{5i-12})^{-1}} \right] + \frac{J_5 - J_{base}}{(A_{int,cc} \cdot F_{5i-base})^{-1}}
\end{aligned} \tag{B.4}$$

$$\begin{aligned}
\frac{E_{cn,6} - J_6}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,alh}} &= \frac{J_6 - E_{cn,viz}}{(A_{int,alh} \cdot F_{6i-viz})^{-1}} + \frac{J_6 - J_1}{(A_{int,alh} \cdot F_{6i-1})^{-1}} \\
&+ \frac{J_6 - J_2}{(A_{int,alh} \cdot F_{6i-2})^{-1}} + \frac{J_6 - J_3}{(A_{int,alh} \cdot F_{6i-3})^{-1}} + \frac{J_6 - J_4}{(A_{int,alh} \cdot F_{6i-4})^{-1}} \\
&+ \frac{J_6 - J_5}{(A_{int,alh} \cdot F_{6i-5})^{-1}} + \frac{J_6 - J_7}{(A_{int,alh} \cdot F_{6i-7})^{-1}} + \frac{J_6 - J_8}{(A_{int,alh} \cdot F_{6i-8})^{-1}} \\
&+ \frac{J_6 - J_9}{(A_{int,alh} \cdot F_{6i-9})^{-1}} + \frac{J_6 - J_{10}}{(A_{int,alh} \cdot F_{6i-10})^{-1}} + \frac{J_6 - J_{11}}{(A_{int,alh} \cdot F_{6i-11})^{-1}} \\
&+ \frac{J_6 - J_{12}}{(A_{int,alh} \cdot F_{6i-12})^{-1}} + \frac{J_6 - J_{base}}{(A_{int,alh} \cdot F_{6i-base})^{-1}}
\end{aligned} \tag{B.5}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{E_{cn,7} - J_7}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,alh}} = \frac{J_7 - E_{cn,viz}}{(A_{int,alh} \cdot F_{7i-viz})^{-1}} + \frac{J_7 - J_1}{(A_{int,alh} \cdot F_{7i-1})^{-1}} \\
& + \frac{J_7 - J_2}{(A_{int,alh} \cdot F_{7i-2})^{-1}} + \frac{J_7 - J_3}{(A_{int,alh} \cdot F_{7i-3})^{-1}} + \frac{J_7 - J_4}{(A_{int,alh} \cdot F_{7i-4})^{-1}} \\
& + \frac{J_7 - J_5}{(A_{int,alh} \cdot F_{7i-5})^{-1}} + \frac{J_7 - J_6}{(A_{int,alh} \cdot F_{7i-6})^{-1}} + \frac{J_7 - J_8}{(A_{int,alh} \cdot F_{7i-8})^{-1}} \\
& + \frac{J_7 - J_9}{(A_{int,alh} \cdot F_{7i-9})^{-1}} + \frac{J_7 - J_{10}}{(A_{int,alh} \cdot F_{7i-10})^{-1}} + \frac{J_7 - J_{11}}{(A_{int,alh} \cdot F_{7i-11})^{-1}} \\
& + \frac{J_7 - J_{12}}{(A_{int,alh} \cdot F_{7i-12})^{-1}} + \frac{J_7 - J_{base}}{(A_{int,alh} \cdot F_{7i-base})^{-1}}
\end{aligned} \tag{B.6}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{E_{cn,8} - J_8}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,alh}} = \frac{J_8 - E_{cn,viz}}{(A_{int,alh} \cdot F_{8i-viz})^{-1}} + \frac{J_8 - J_1}{(A_{int,alh} \cdot F_{8i-1})^{-1}} \\
& + \frac{J_8 - J_2}{(A_{int,alh} \cdot F_{8i-2})^{-1}} + \frac{J_8 - J_3}{(A_{int,alh} \cdot F_{8i-3})^{-1}} + \frac{J_8 - J_4}{(A_{int,alh} \cdot F_{8i-4})^{-1}} \\
& + \frac{J_8 - J_5}{(A_{int,alh} \cdot F_{8i-5})^{-1}} + \frac{J_8 - J_6}{(A_{int,alh} \cdot F_{8i-6})^{-1}} + \frac{J_8 - J_7}{(A_{int,alh} \cdot F_{8i-7})^{-1}} \\
& + \frac{J_8 - J_9}{(A_{int,alh} \cdot F_{8i-9})^{-1}} + \frac{J_8 - J_{10}}{(A_{int,alh} \cdot F_{8i-10})^{-1}} + \frac{J_8 - J_{11}}{(A_{int,alh} \cdot F_{8i-11})^{-1}} \\
& + \frac{J_8 - J_{12}}{(A_{int,alh} \cdot F_{8i-12})^{-1}} + \frac{J_8 - J_{base}}{(A_{int,alh} \cdot F_{8i-base})^{-1}}
\end{aligned} \tag{B.7}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{E_{cn,10} - J_{10}}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,alh}} = \frac{J_{10} - E_{cn,viz}}{(A_{int,alh} \cdot F_{10i-viz})^{-1}} + \frac{J_{10} - J_1}{(A_{int,alh} \cdot F_{10i-1})^{-1}} \\
& + \frac{J_{10} - J_2}{(A_{int,alh} \cdot F_{10i-2})^{-1}} + \frac{J_{10} - J_3}{(A_{int,alh} \cdot F_{10i-3})^{-1}} + \frac{J_{10} - J_4}{(A_{int,alh} \cdot F_{10i-4})^{-1}} \\
& + \frac{J_{10} - J_5}{(A_{int,alh} \cdot F_{10i-5})^{-1}} + \frac{J_{10} - J_6}{(A_{int,alh} \cdot F_{10i-6})^{-1}} + \frac{J_{10} - J_7}{(A_{int,alh} \cdot F_{10i-7})^{-1}} \\
& + \frac{J_{10} - J_8}{(A_{int,alh} \cdot F_{10i-8})^{-1}} + \frac{J_{10} - J_9}{(A_{int,alh} \cdot F_{10i-9})^{-1}} + \frac{J_{10} - J_{11}}{(A_{int,alh} \cdot F_{10i-11})^{-1}} \\
& + \frac{J_{10} - J_{12}}{(A_{int,alh} \cdot F_{10i-12})^{-1}} + \frac{J_{10} - J_{base}}{(A_{int,alh} \cdot F_{10i-base})^{-1}}
\end{aligned} \tag{B.8}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{E_{cn,11} - J_{11}}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,alh}} = \frac{J_{11} - E_{cn,viz}}{(A_{int,alh} \cdot F_{11i-viz})^{-1}} + \frac{J_{11} - J_1}{(A_{int,alh} \cdot F_{11i-1})^{-1}} \\
& + \frac{J_{11} - J_2}{(A_{int,alh} \cdot F_{11i-2})^{-1}} + \frac{J_{11} - J_3}{(A_{int,alh} \cdot F_{11i-3})^{-1}} + \frac{J_{11} - J_4}{(A_{int,alh} \cdot F_{11i-4})^{-1}} \\
& + \frac{J_{11} - J_5}{(A_{int,alh} \cdot F_{11i-5})^{-1}} + \frac{J_{11} - J_6}{(A_{int,alh} \cdot F_{11i-6})^{-1}} + \frac{J_{11} - J_7}{(A_{int,alh} \cdot F_{11i-7})^{-1}} \\
& + \frac{J_{11} - J_8}{(A_{int,alh} \cdot F_{11i-8})^{-1}} + \frac{J_{11} - J_9}{(A_{int,alh} \cdot F_{11i-9})^{-1}} + \frac{J_{11} - J_{10}}{(A_{int,alh} \cdot F_{11i-10})^{-1}} \\
& + \frac{J_{11} - J_{12}}{(A_{int,alh} \cdot F_{11i-12})^{-1}} + \frac{J_{11} - J_{base}}{(A_{int,alh} \cdot F_{11i-base})^{-1}}
\end{aligned} \tag{B.9}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{E_{cn,12} - J_{12}}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,alh}} = \frac{J_{12} - E_{cn,viz}}{(A_{int,alh} \cdot F_{12i-viz})^{-1}} + \frac{J_{12} - J_1}{(A_{int,alh} \cdot F_{12i-1})^{-1}} \\
& + \frac{J_{12} - J_2}{(A_{int,alh} \cdot F_{12i-2})^{-1}} + \frac{J_{12} - J_3}{(A_{int,alh} \cdot F_{12i-3})^{-1}} + \frac{J_{12} - J_4}{(A_{int,alh} \cdot F_{12i-4})^{-1}} \\
& + \frac{J_{12} - J_5}{(A_{int,alh} \cdot F_{12i-5})^{-1}} + \frac{J_{12} - J_6}{(A_{int,alh} \cdot F_{12i-6})^{-1}} + \frac{J_{12} - J_7}{(A_{int,alh} \cdot F_{12i-7})^{-1}} \\
& + \frac{J_{12} - J_8}{(A_{int,alh} \cdot F_{12i-8})^{-1}} + \frac{J_{12} - J_9}{(A_{int,alh} \cdot F_{12i-9})^{-1}} + \frac{J_{12} - J_{10}}{(A_{int,alh} \cdot F_{12i-10})^{-1}} \\
& + \frac{J_{12} - J_{11}}{(A_{int,alh} \cdot F_{12i-11})^{-1}} + \frac{J_{12} - J_{base}}{(A_{int,alh} \cdot F_{12i-base})^{-1}}
\end{aligned} \tag{B.10}$$

Anexo C

Expressões globais de transferência de calor

C.1 Expressões globais para elementos no alumínio

$$\begin{aligned} Q_{base,cc} = k_{Al} \cdot A_{base,cc} \cdot \frac{T_1 - T_5}{2 \cdot y} + k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_1 - T_2}{\frac{R_{cc}}{2} + x} \\ + \frac{E_{cn,1} - J_1}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} + h_{ar,2} \cdot A_{int,cc} \cdot (T_1 - T_{ar,2}) \end{aligned} \quad (C.1)$$

$$\begin{aligned} Q_{base,alh} + k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_1 - T_2}{\frac{R_{cc}}{2} + x} = k_{Al} \cdot A_{base,alh} \cdot \frac{T_2 - T_6}{2 \cdot y} + k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_2 - T_3}{2 \cdot x} \\ + 2 \cdot \frac{E_{cn,2} - J_2}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} + 2 \cdot [h_{ar,2} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_2 - T_{ar,2})] \end{aligned} \quad (C.2)$$

$$\begin{aligned} Q_{base,alh} + k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_2 - T_3}{2 \cdot x} = k_{Al} \cdot A_{base,alh} \cdot \frac{T_3 - T_7}{2 \cdot y} + k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_3 - T_4}{2 \cdot x} \\ + 2 \cdot \frac{E_{cn,3} - J_3}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} + 2 \cdot [h_{ar,3} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_3 - T_{ar,3})] \end{aligned} \quad (C.3)$$

$$\begin{aligned}
Q_{base,alh} + k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_3 - T_4}{2 \cdot x} &= k_{Al} \cdot A_{base,alh} \cdot \frac{T_4 - T_8}{2 \cdot y} + h_{amb} \cdot A_{l,alh} \cdot (T_4 - T_{amb}) \\
+ 2 \cdot \frac{E_{cn,4} - J_4}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} + 2 \cdot [h_{ar,4} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_4 - T_{ar,4})] & \\
\end{aligned} \tag{C.4}$$

$$\begin{aligned}
k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_5 - T_6}{\frac{R_{cc}}{2} + x} + k_{Al} \cdot A_{base,alh} \cdot \frac{T_2 - T_6}{2 \cdot y} &= k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_6 - T_7}{2 \cdot x} \\
+ k_{Al} \cdot A_{base,alh} \cdot \frac{T_6 - T_{10}}{2 \cdot y} + 2 \cdot \frac{E_{cn,6} - J_6}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} + 2 \cdot [h_{ar,6} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_6 - T_{ar,6})] & \\
\end{aligned} \tag{C.5}$$

$$\begin{aligned}
k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_6 - T_7}{2 \cdot x} + k_{Al} \cdot A_{base,alh} \cdot \frac{T_3 - T_7}{2 \cdot y} &= k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_7 - T_8}{2 \cdot x} \\
+ k_{Al} \cdot A_{base,alh} \cdot \frac{T_7 - T_{11}}{2 \cdot y} + 2 \cdot \frac{E_{cn,7} - J_7}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} + 2 \cdot [h_{ar,7} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_7 - T_{ar,7})] & \\
\end{aligned} \tag{C.6}$$

$$\begin{aligned}
k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_7 - T_8}{2 \cdot x} + k_{Al} \cdot A_{base,alh} \cdot \frac{T_4 - T_8}{2 \cdot y} &= k_{Al} \cdot A_{base,alh} \cdot \frac{T_8 - T_{12}}{2 \cdot y} \\
+ h_{amb} \cdot A_{l,alh} \cdot (T_8 - T_{amb}) + 2 \cdot \frac{E_{cn,8} - J_8}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} + 2 \cdot [h_{ar,8} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_8 - T_{ar,8})] & \\
\end{aligned} \tag{C.7}$$

$$\begin{aligned}
k_{Al} \cdot A_{base,cc} \cdot \frac{T_5 - T_9}{2 \cdot y} &= k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_9 - T_{10}}{\frac{R_{cc}}{2} + x} + \frac{E_{cn,9} - J_9}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} \\
+ h_{ar,10} \cdot A_{int,cc} \cdot (T_9 - T_{ar,10}) + h_{ar,10} \cdot A_{base,cc} \cdot (T_9 - T_{ar,10}) & \\
\end{aligned} \tag{C.8}$$

$$\begin{aligned}
& k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_9 - T_{10}}{\frac{R_{cc}}{2} + x} + k_{Al} \cdot A_{base,alh} \cdot \frac{T_6 - T_{10}}{2 \cdot y} = k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_{10} - T_{11}}{2 \cdot x} \\
& + h_{ar,10} \cdot A_{base,alh} \cdot (T_{10} - T_{ar,10}) + 2 \cdot \frac{E_{cn,10} - J_{10}}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} \\
& + 2 \cdot [h_{ar,10} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_{10} - T_{ar,10})]
\end{aligned} \tag{C.9}$$

$$\begin{aligned}
& k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_{10} - T_{11}}{2 \cdot x} + k_{Al} \cdot A_{base,alh} \cdot \frac{T_7 - T_{11}}{2 \cdot y} = k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_{11} - T_{12}}{2 \cdot x} \\
& + h_{ar,11} \cdot A_{base,alh} \cdot (T_{11} - T_{ar,11}) + 2 \cdot \frac{E_{cn,11} - J_{11}}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} \\
& + 2 \cdot [h_{ar,11} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_{11} - T_{ar,11})]
\end{aligned} \tag{C.10}$$

$$\begin{aligned}
& k_{Al} \cdot A_{l,alh} \cdot \frac{T_{11} - T_{12}}{2 \cdot x} + k_{Al} \cdot A_{base,alh} \cdot \frac{T_8 - T_{12}}{2 \cdot y} = h_{amb} \cdot A_{l,alh} \cdot (T_{12} - T_{amb}) \\
& + h_{ar,12} \cdot A_{base,alh} \cdot (T_{12} - T_{ar,12}) + 2 \cdot \frac{E_{cn,12} - J_{12}}{(1 - \varepsilon_{Al}) / \varepsilon_{Al} \cdot A_{int,cc}} \\
& + 2 \cdot [h_{ar,12} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_{12} - T_{ar,12})]
\end{aligned} \tag{C.11}$$

C.2 Expressões globais para elementos no ar

$$\begin{aligned}
& k_{ar,3} \cdot A_{hor2} \cdot \frac{T_{ar,4} - T_{ar,3}}{2 \cdot x} + 2 \cdot [h_{ar,3} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_3 - T_{ar,3})] + \dot{m}_{3,ent-lado} \cdot C_p \cdot T_{ar,4} \\
& + h_{ar,3} \cdot A_{vert2} \cdot (T_{base} - T_{ar,3}) = k_{ar,3} \cdot A_{hor3} \cdot \frac{T_{ar,3} - T_{ar,2}}{2 \cdot x} + k_{ar,3} \cdot A_{vert2} \cdot \frac{T_{ar,3} - T_{ar,7}}{2 \cdot y} \\
& + \dot{m}_{3,sai-lado} \cdot C_p \cdot T_{ar,3} + \dot{m}_{3,sai-cima} \cdot C_p \cdot T_{ar,3}
\end{aligned} \tag{C.12}$$

$$\begin{aligned}
& k_{ar,2} \cdot A_{hor3} \cdot \frac{T_{ar,3} - T_{ar,2}}{2 \cdot x} + 2 \cdot [h_{ar,2} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_2 - T_{ar,2})] + h_{ar,2} \cdot A_{int,cc} \cdot (T_1 - T_{ar,2}) \\
& + \dot{m}_{2,ent-lado} \cdot C_p \cdot T_{ar,3} + h_{ar,2} \cdot A_{vert3} \cdot (T_{base} - T_{ar,2}) = k_{ar,2} \cdot A_{vert3} \cdot \frac{T_{ar,2} - T_{ar,6}}{2 \cdot y} \\
& + \dot{m}_{2,sai-cima} \cdot C_p \cdot T_{ar,2}
\end{aligned} \tag{C.13}$$

$$\begin{aligned}
& k_{ar,8} \cdot A_{hor1} \cdot \frac{T_{amb} - T_{ar,8}}{2 \cdot x} + k_{ar,8} \cdot A_{vert1} \cdot \frac{T_{ar,4} - T_{ar,8}}{2 \cdot y} + 2 \cdot [h_{ar,8} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_8 - T_{ar,8})] \\
& + \dot{m}_{8,ent-lado} \cdot C_p \cdot T_{amb} + \dot{m}_{8,ent-baixo} \cdot C_p \cdot T_{ar,4} = k_{ar,8} \cdot A_{hor2} \cdot \frac{T_{ar,8} - T_{ar,7}}{2 \cdot x} \\
& + k_{ar,8} \cdot A_{vert1} \cdot \frac{T_{ar,8} - T_{ar,12}}{2 \cdot y} + \dot{m}_{8,sai-lado} \cdot C_p \cdot T_{ar,8} + \dot{m}_{8,sai-cima} \cdot C_p \cdot T_{ar,8}
\end{aligned} \tag{C.14}$$

$$\begin{aligned}
& k_{ar,7} \cdot A_{hor2} \cdot \frac{T_{ar,8} - T_{ar,7}}{2 \cdot x} + k_{ar,7} \cdot A_{vert2} \cdot \frac{T_{ar,3} - T_{ar,7}}{2 \cdot y} + 2 \cdot [h_{ar,7} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_7 - T_{ar,7})] \\
& + \dot{m}_{7,ent-lado} \cdot C_p \cdot T_{ar,8} + \dot{m}_{7,ent-baixo} \cdot C_p \cdot T_{ar,3} = k_{ar,7} \cdot A_{hor3} \cdot \frac{T_{ar,7} - T_{ar,6}}{2 \cdot x} \\
& + k_{ar,7} \cdot A_{vert2} \cdot \frac{T_{ar,7} - T_{ar,11}}{2 \cdot y} + \dot{m}_{7,sai-lado} \cdot C_p \cdot T_{ar,7} + \dot{m}_{7,sai-cima} \cdot C_p \cdot T_{ar,7}
\end{aligned} \tag{C.15}$$

$$\begin{aligned}
& k_{ar,6} \cdot A_{hor3} \cdot \frac{T_{ar,7} - T_{ar,6}}{2 \cdot x} + k_{ar,6} \cdot A_{vert3} \cdot \frac{T_{ar,2} - T_{ar,6}}{2 \cdot y} + 2 \cdot [h_{ar,6} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_6 - T_{ar,6})] \\
& + h_{ar,6} \cdot A_{int,cc} \cdot (T_5 - T_{ar,6}) + \dot{m}_{6,ent-lado} \cdot C_p \cdot T_{ar,7} + \dot{m}_{6,ent-baixo} \cdot C_p \cdot T_{ar,2} \\
& = k_{ar,6} \cdot A_{vert3} \cdot \frac{T_{ar,6} - T_{ar,10}}{2 \cdot y} + \dot{m}_{6,sai-cima} \cdot C_p \cdot T_{ar,6}
\end{aligned} \tag{C.16}$$

$$\begin{aligned}
& k_{ar,12} \cdot A_{hor1} \cdot \frac{T_{amb} - T_{ar,12}}{2 \cdot x} + k_{ar,12} \cdot A_{vert1} \cdot \frac{T_{ar,8} - T_{ar,12}}{2 \cdot y} \\
& + 2 \cdot [h_{ar,12} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_{12} - T_{ar,12})] + \dot{m}_{12,ent-lado} \cdot C_p \cdot T_{amb} + \dot{m}_{12,ent-baixo} \cdot C_p \cdot T_{ar,8} \\
& = k_{ar,12} \cdot A_{hor2} \cdot \frac{T_{ar,12} - T_{ar,11}}{2 \cdot x} + \dot{m}_{12,sai-lado} \cdot C_p \cdot T_{ar,12} + \dot{m}_{12,sai-cima} \cdot C_p \cdot T_{ar,12}
\end{aligned} \tag{C.17}$$

$$\begin{aligned}
& k_{ar,11} \cdot A_{hor2} \cdot \frac{T_{ar,12} - T_{ar,11}}{2 \cdot x} + k_{ar,11} \cdot A_{vert2} \cdot \frac{T_{ar,7} - T_{ar,11}}{2 \cdot y} \\
& + 2 \cdot [h_{ar,11} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_{11} - T_{ar,11})] + \dot{m}_{11,ent-lado} \cdot C_p \cdot T_{ar,12} + \dot{m}_{11,ent-baixo} \cdot C_p \cdot T_{ar,7} \\
& = k_{ar,11} \cdot A_{hor3} \cdot \frac{T_{ar,11} - T_{ar,10}}{2 \cdot x} + \dot{m}_{11,sai-lado} \cdot C_p \cdot T_{ar,11} + \dot{m}_{11,sai-cima} \cdot C_p \cdot T_{ar,11}
\end{aligned} \tag{C.18}$$

$$\begin{aligned}
& k_{ar,10} \cdot A_{hor3} \cdot \frac{T_{ar,11} - T_{ar,10}}{2 \cdot x} + k_{ar,10} \cdot A_{vert3} \cdot \frac{T_{ar,6} - T_{ar,10}}{2 \cdot y} \\
& + 2 \cdot [h_{ar,10} \cdot A_{int,alh} \cdot (T_{10} - T_{ar,10})] + h_{ar,10} \cdot A_{int,cc} \cdot (T_9 - T_{ar,10}) + \dot{m}_{10,ent-lado} \cdot C_p \cdot T_{ar,11} \\
& + \dot{m}_{10,ent-baixo} \cdot C_p \cdot T_{ar,6} = \dot{m}_{10,sai-cima} \cdot C_p \cdot T_{ar,10}
\end{aligned} \tag{C.19}$$